

MODUL

RISET OPERASIONAL

Dosen :

Dr. Ir. Raden Achmad Harianto, M.M.



**Fakultas Ekonomi dan Bisnis
Universitas Bhayangkara Jakarta Raya
Juli 2021**

TOPIC 1 : PENDAHULUAN

1.1. PERKEMBANGAN OPERATIONAL RESEARCH

Digunakan th 1940 oleh Mc Closky & Trefthen di suatu kota di Inggris dikalangan pemimpin militer Inggris untuk mencari cara-cara yg Efisien untuk menggunakan alat yg baru ditemukan untuk menghadapi serangan udara setelah perang. Kesuksesan kelompok peneliti operasi dibidang militer menarik perhatian para Industriawan yg mencari solusi masalah yg rumit. Akhirnya pada th. 1952 di Inggris & Amerika teknik programma Linier dan dinamik ditemukan & diperluas. Pada saat ini OR mulai mendapat pengakuan sebagai Mata Kuliah yg penting dan bermanfaat di Perguruan Tinggi dan penting bagi mahasiswa.

1.2. KONSEP RISET OPERASI MENURUT PARA AHLI

Ñ *Morse & Kimbali*, bahwa Riset Operasi sebagai metode ilmiah (*Scientific Method*) yang memungkinkan para manager mengambil keputusan mengenai kegiatan yang mereka kelola berbasis kuantitatif.

Ñ *Churchman, Arkoff, & Arnoff*, bahwa riset operasi sebagai aplikasi metode, teknik, peralatan ilmiah dalam menghadapi masalah dalam operasi perusahaan dengan tujuan ditemukan solusi yang optimum.

Ñ *Miller & M.K. Star*, mengartikan riset operasi sebagai peralatan manajemen yg menyatukan ilmu pengetahuan, matematika, dan logika dalam memecahkan masalah.

- *Operational Research* adalah memutuskan secara ilmiah bagaimana merancang dan menjalankan sistem manusia – mesin dengan yang terbaik, yang biasanya membutuhkan alokasi sumber daya yang langka yang sifatnya terbatas.
- *Operational Research* berkenaan dengan metode pengambilan keputusan yang optimal dalam penyusunan model sistem deterministik maupun probabilistik yang dikembangkan dari studi operasi militer selama perang dunia ke II (Mc Closky, 2012)
- Model adalah abstraksi atau penyederhanaan realistis sistem yang kompak dimana hanya . komponen – komponen yg relevan atau faktor yang dominan dari masalah yang dianalisis dan diikuti sertakan.
- Model diklasifikasi menurut Jenisnya :
 1. Iconic Model
 2. Analogue Model
 3. Matematik Model

1.3. TAHAPAN DALAM RISET OPERASIONAL

1.3.1. Merumuskan Masalah

Definisi persoalan harus dirumuskan. Dalam perumusan masalah ini ada 3 pertanyaan penting yang harus dijawab, yaitu :

- a. Variabel Keputusan
- b. Tujuan (Obyektif).
- c. Kendala / batasan (constrain)

1.3.2. Pembentukan Model

Sesuai definisi persoalan pengambilan keputusan perlu model yang cocok untuk mewakili sistem, jika model nya cocok dengan salah satu model matematis maka akan diperoleh solusinya.

1.3.3. Mencari Solusi Masalah

Pada tahap ini, ada berbagai macam teknik dan metode kuantitatif yg memasuki proses.

1.3.4. Validasi Model

1.3.5. Penerapan hasil Akhir.

1.4..CIRI – CIRI RISET OPERASIONAL (OR)

1. OR merupakan pendekatan kelompok antar disiplin ilmu untuk mencari hasil yang optimum.
2. OR menggunakan teknik penelitian ilmiah untuk mendapatkan solusi yang optimum.
3. OR hanya memperbaiki kualitas solusi.

TOPIC 2 : LINEAR PROGRAMMING

2.1. Fungsi Linear Programming (LP)

- Didalam model LP dikenal 2 macam Fungsi yaitu :
 1. Fungsi Tujuan : masalah LP dikaitkan dengan pengaturan secara optimal sumber daya untuk memperoleh laba maximal atau biaya minimal yang dinyatakan dengan notasi Z.
 2. Fungsi batasan (constraint function) yaitu bentuk penyajian secara matematis batas kapasitas yang tersedia yang dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan.

2.2. Assumsi LP

1. Proportionaliy:

Naik turunnya nilai Z dan penggunaan sumber atau fasilitas yg tersedia akan berubah secara proporsional.

2. Additivity:

Nilai tujuan tiap aktivitas tidak saling mempengaruhi atau setiap kenaikan nilai Z yang diakibatkan oleh kenaikan kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian nilai Z yang diperoleh dari kegiatan lain.

3. Divisibility:

Output yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan.

4. Deterministic:

Semua parameter yg ada pada model LP dapat diperkirakan dengan pasti.

2.3. Solusi Problema Linear Programming

• Harus ditentukan dahulu :

1. Tujuan yg hendak dicapai → Maximum ? Atau Minimum ? sehingga dapat dilakukan pilihan tujuan ?
2. Adanya pembatas sumber yg tidak boleh dilewati → sebagai Fungsi Constraint.
3. Adanya hubungan diantara *variabel -variabel* yang dinyatakan dengan persamaan matematis.

Tabel Data Model Linear Programming

| Kegiatan Sumber | Pemakaian Sumber per Kegiatan | | | | Kapasitas Produksi |
|---------------------------------|-------------------------------|-------------|-------------|-------------|--------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| Tenaga Kerja | $a_{11}X_1$ | $a_{12}X_2$ | $a_{13}X_3$ | $a_{14}X_4$ | $\leq b_1$ |
| Bahan Baku | $a_{21}X_1$ | $a_{22}X_2$ | $a_{23}X_3$ | $a_{24}X_4$ | $\leq b_2$ |
| Mesin / Alat | $a_{31}X_1$ | $a_{32}X_2$ | $a_{33}X_3$ | $a_{34}X_4$ | $\leq b_3$ |
| Tenaga Listrik | | | | | $\leq b_4$ |
| Harga per unit Produksi [unit] | C1 X_1 | C2 X_2 | C3 X_3 | C4 X_4 | |

Contoh Soal - 1

Perusahaan PT. Angin Ribut memproduksi 2 macam produk yaitu : Produk I dan II. Untuk produk I dikerjakan di mesin A selama 4 jam dan mesin B selama 2 jam. Sedangkan produk II diproses di Mesin A selama 2 jam dan Mesin B selama 4 jam. Jam kerja maksimal setiap minggu untuk mesin A 60 jam dan mesin B maximum 48 jam. Harga per unit produk I \$ 800 dan produk II \$ 600. Berapa unit produk I dan produk II diproduksi dg Laba maximum ?

Contoh Soal – 2

- Suatu perusahaan *Tenun* memiliki pabrik W :

- Kapasitas Produksi (W1) = 100 kain per hari

- Kapasitas Produksi (W2) = 80 kain per hari

Gulungan kain ini dikirim ke pabrik Finishing dengan Alokasi : F1 = 60 kain /hari, F2 = 70 kain /hari, dan F3 = 50 kain /hari, sedangkan biaya transport pengiriman kain tiap unit adalah Pabrik :

| | F1 | F2 | F3 | |
|----|----|----|----|--------------------------|
| W1 | 60 | 40 | 20 | Satuan Harga dalam US \$ |
| W2 | 50 | 40 | 30 | |

Berapa Unit kain yg dikirim dari masing-masing pabrik W1, dan W2 ke pabrik F 1, F2, dan F 3 agar biaya transport minimum ?

Topic 3 : Linear Program Model Grafis – 1

Dosen Pengampu : Dr. Ir. Raden A. Harianto, MM

1.Fungsi Objective (Tujuan Hasil Optimum : Maximum. atau Minimum. ?)

- Maximum : $Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n \rightarrow$ Untuk mencari Laba (Profit)
- Minimum : $Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n \rightarrow$ Untuk mencari Biaya (Cost)

2.Fungsi Constrain (Pembatas / Kendala dalam Alokasi Sumber Daya) :

- $a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + a_{13} X_3 + a_{1n} X_n < b_1$
- $a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + a_{23} X_3 + a_{2n} X_n < b_2$
- $a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + a_{m3} X_3 + \dots + a_{mn} X_n < b_m$

Syarat / kondisi :

Dimana : $X_1 > 0, X_2 > 0, \dots, X_n > 0 \rightarrow$ Non Neg

A. Keterangan :

- Variabel-variabel X_j sebagai Decision Variable a_{ij} , b_i , dan C_j sebagai input konstan disebut sebagai *Parameter Model*.

B. Soal Laba Usaha :

Diketahui bahwa PT. Cibaduyut memproduksi sepatu 2 macam sepatu : Merk A dari sol karet dan merk B dari sol kulit dengan 3 macam mesin yaitu : Mesin 1 membuat sol karet dan mesin 2 membuat sol kulit, dan mesin 3 merakit bagian atas dengan sol.

Untuk sepatu merek A dikerjakan mesin 1 selama 2 jam dan mesin 3 selama 6 jam tanpa mesin 2, sedangkan sepatu merk B diproses di mesin 2 selama 3 jam dan mesin 3 selama 5 jam, tanpa lewat mesin 1 untuk tiap lusin (1 Doz). Jam kerja maximum tiap hari untuk mesin 1 = 8 jam, mesin 2 = 15 jam, dan mesin 3 = 30 jam. Laba yg diperoleh tiap lusin 1 Doz merk A Rp 30.000,- sedangkan merk B = Rp 50.000,-

Ditanyakan :

Berapa lusin (doz) sepatu merk A dan merk B diproduksi agar Laba mencapai maximum ?

C. Soal Biaya Transpor :

- Diketahui bahwa perusahaan PT. Sarung Fantastic memiliki pabrik tenun :

- Kapasitas Produksi (W1) = 100 kain per hari
- Kapasitas Produksi (W2) = 80 kain per hari

Gulungan kain ini dikirim ke pabrik Finishing dengan Alokasi : $F_1 = 60$ kain /hari, $F_2 = 70$ kain /hari, dan $F_3 = 50$ kain /hari, sedangkan biaya transport pengiriman kain tiap unit adalah :

| | | | | |
|----------|----|----|----|--------------------------|
| Pabrik : | F1 | F2 | F3 | |
| W1 | 60 | 40 | 20 | Satuan Harga dalam US \$ |
| W2 | 50 | 40 | 30 | |

Pertanyaan :

1. Buatlah tabel model linear program dan isikan data disoal ke tabel tsb
2. Berapa Unit kain yg dikirim dari masing-masing pabrik W1, dan W2 ke pabrik F 1, F2, dan F 3 agar biaya transport minimum lewat gambar flow chart diagram.

Topic 4 : LP Model Grafis – 2

A. Aplikasi Linear Program Model Grafis

- Persoalan Linear Program model Grafis dapat diselesaikan dengan 2 Cara yaitu
1. LP Model Grafis metoda manual lewat Flow Chart, Tabel Linear Program dan Substitusi persamaan Fungsi Constrain dan Fungsi Objektif.
 2. LP Model Grafis Metode Aplikasi Program Komputer

B. LP Model Grafis Metode Manual

Tabel Linear Program Model Grafis :

| Sumber Daya | Produk Merk A | Produk Merk B | Kapasitas |
|-----------------|---------------|---------------|-----------|
| Mesin – 1 | 2 X | - | 8 Jam |
| Mesin – 2 | - | 3 Y | 15 Jam |
| Mesin – 3 | 6 X | 5 Y | 30 Jam |
| Harga per Doz | Rp 30.000,- | Rp 50.000,- | |
| Produksi Sepatu | X doz | Y doz | |

I. Fungsi Objective : $Z \text{ maximum} = 30.000 X + 50.000 Y$

II. Fungsi Constrain :

Mesin – 1 : Persamaan garis : $2 X \quad 8 \rightarrow X \quad 4$

Mesin – 2 : Persamaan garis : $3 Y \quad 15 \rightarrow Y \quad 5$

Mesin – 3 : Persamaan garis : $6 X + 5 Y \quad 30$

Jika $X = 0 \rightarrow 5 Y = 30 \rightarrow Y = 30 / 5 = 6$

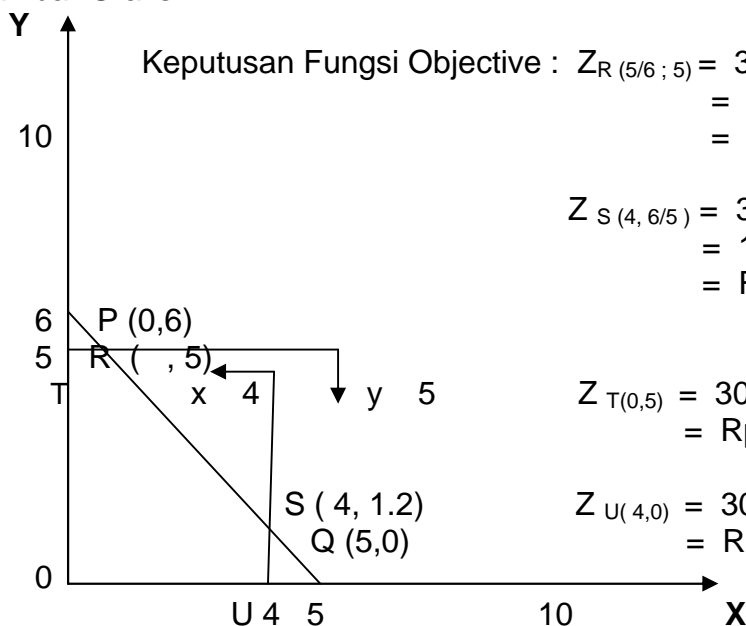
Koordinat titik P (0,6)

Jika $Y = 0 \rightarrow 6 X = 30 \rightarrow X = 30 / 6 = 5$

Koordinat titik Q (5,0)

Syarat : $X \geq 0$ dan $Y \geq 0 \rightarrow$ Non Negatif

III Gambar Grafis :



$$\begin{aligned} \text{Keputusan Fungsi Objective : } Z_{R(5/6; 5)} &= 30.000 (5/6) + 50.000 (5) \\ &= \text{Rp } 25.000 + \text{Rp } 250.000 \\ &= \text{Rp } 275.000,- \text{ (Maximum)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{S(4, 6/5)} &= 30.000 (4) + 50.000 (6/5) \\ &= 120.000 + 60.000 = \\ &= \text{Rp } 180.000,- \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{T(0,5)} &= 30.000 (0) + 50.000 (5) = \\ &= \text{Rp } 250.000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{U(4,0)} &= 30.000 (4) + 50.000 (0) = \\ &= \text{Rp } 120.000,- \end{aligned}$$

Keputusan Analisis :

1. Pilih $Z_{R(5/6, 5)} = \text{Rp } 275.000,- \rightarrow$ Laba paling Maximum
Pada Koordinat Titik R (5/6 ; 5)
2. Agar Laba mencapai nilai maximum Rp 275.000,- maka : harus dibuat :
 - Produksi Sepatu Merk A : $X = 5/6 \text{ Doz} = 5/6 \times 12 \text{ pcs} = 10 \text{ pcs}$
 - Produksi Sepatu Merk B : $Y = 5 \text{ Doz} = 5 \times 12 \text{ pcs} = 60 \text{ pcs}$
3. Laba maximum penjualan Sepatu Cibaduyut Total = Rp 275.000,-

2.Linear Program Aplikasi Komputer :

Topic 5 : Linear Program Model Simplex

Dosen Pengampu : Dr. Ir. Raden A. Harianto, MM

- Metode Simplex → Suatu cara untuk menentukan kombinasi optimal dari tiga variabel atau lebih. Dengan multivariabel dapat dipecahkan dengan bantuan komputer.
- Aplikasi Linier Program dengan model simplex :
- Langkah 1 : F. Objectif : $Z = 3X_1 + 5X_2$ diubah menjadi → $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$
- Karena variabel diwakili kegiatan X_1 dan X_2 maka ditambah variabel slack X_3 dan X_4 sbb :

Fungsi Constrain (Pembatas) :

- (1) $2X_1 = 8$ diubah menjadi : $2 X_1 + X_3 = 8$
- (2) $3X_2 = 15$ - " - " - " : $3 X_2 + X_4 = 15$
- (3) $6 X_1 + 5 X_2 = 30$ jadi : $6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$

Formula baru menjadi :

F. objective : Maximumkan $Z - 3X_1 - 5 X_2 = 0$

F. Constrain : (1) $2 X_1 + \dots + X_3 + \dots = 8$

(2) $\dots + 3 X_2 + \dots + X_4 \dots = 15$

(3) $6 X_1 + 5 X_2 + \dots + X_5 = 30$

* Langkah 2 : Buat Persamaan dalam Tabel & pilih Kolom kunci :

| Variabel Dasar | Z | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 |
|----------------|---|----|----|----|----|----|
| Z | 1 | -3 | -5 | 0 | 0 | 0 |
| X3 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| X4 | 0 | 0 | 3 | 0 | 1 | 0 |
| X5 | 0 | 6 | 5 | 0 | 0 | 1 |

kolom Kunci

Langkah 3 : Memilih baris kunci & merubah

| Variabel Dasar | Z | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | NK | |
|----------------|---|----|----|----|-----|----|----|----------------|
| Z | 1 | -3 | -5 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| X3 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 | $8/0 = \infty$ |
| X4 | 0 | 0 | 3 | 0 | 1 | 0 | 15 | $15/3 = 5$ min |
| X5 | 0 | 6 | 5 | 0 | 0 | 1 | 30 | $30/5 = 6$ |
| Z | 1 | | | | | | | |
| X3 | 0 | | | | | | | |
| X2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1/3 | 0 | 5 | |
| X5 | 0 | | | | | | | |

Langkah 4 : Merubah Nilai selain Baris Kunci ke Nilai Baris Lain.

- Baris Baru = Baris Lama - (Koeff pada kolom kunci) X Nilai Baru Baris Kunci.
- Baris 1 : $(-3 \quad -5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$
 $(-5) \times (0 \quad 1 \quad 0 \quad 1/3 \quad 0 \quad 5) -$
 Nilai Baru = $(-3 \quad 0 \quad 0 \quad 5/3 \quad 0 \quad 25)$
- Baris 2 : $(2 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 8)$
 $(0) \times (0 \quad 1 \quad 0 \quad 1/3 \quad 0 \quad 5) -$
 Nilai Baru = $(2 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 8)$
- Baris 4 : $(6 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 30)$
 $(5) \times (0 \quad 1 \quad 0 \quad 1/3 \quad 0 \quad 5) -$
 Nilai Baru = $(6 \quad 0 \quad 0 \quad -5/3 \quad 1 \quad 5)$

Tabel Nilai baru ini di plot pada tabel kedua dibawahnya

Tabel Nilai Lama (I) dan Tabel Nilai Baru (II) sbb:

| Variabel Dasar | Z | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | NK |
|----------------|---|----|----|----|----|----|----|
| Z | 1 | -3 | -5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| X3 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 |
| X4 | 0 | 0 | 3 | 0 | 1 | 0 | 15 |
| X5 | 0 | 6 | 5 | 0 | 0 | 1 | 30 |

| | | | | | | | |
|----|---|----|---|---|--------|---|----|
| Z | 1 | -3 | 0 | 0 | $5/3$ | 0 | 25 |
| X3 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 |
| X2 | 0 | 0 | 1 | 0 | $1/3$ | 0 | 5 |
| X5 | 0 | 6 | 0 | 0 | $-5/3$ | 1 | 5 |

Langkah 5 : Revisi Lanjut (baris Z & kolom X1 Negatif)

| Variabel Dasar | Z | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | NK |
|----------------|---|----|----|----|--------|----|---------------------|
| Z | | -3 | 0 | 0 | $5/3$ | 0 | 25 |
| X3 | | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 $8/2=4$ |
| X2 | | 0 | 1 | 0 | $1/3$ | 0 | 5 $5/0= \infty$ |
| X5 | | 6 | 0 | 0 | $-5/3$ | 1 | 5 $5/6 \text{ min}$ |

| | | | | | | | |
|----|--|---|---|---|---------|-------|-------|
| Z | | | | | | | |
| X3 | | | | | | | |
| X2 | | | | | | | |
| X1 | | 1 | 0 | 0 | $-5/18$ | $1/6$ | $5/6$ |

Nilai Baru Baris lain kecuali Baris Kunci adalah sebagai berikut :

Baris ke-1 :

$$\begin{array}{r} \times \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 5/3 & 0 & 25 \\ 1 & 0 & 0 & -5/18 & 1/6 & 5/6 \end{pmatrix} \\ \hline \text{Nilai Baru} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5/6 & 1/2 & 27\frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{array}$$

Baris ke-2 :

$$\begin{array}{r} \bullet \times \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & -5/18 & 1/6 & 5/6 \end{pmatrix} \\ \hline \text{Nilai Baru} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 5/9 & -1/3 & 6,33 \end{pmatrix} \end{array}$$

Baris ke -3 : Tetap / Tidak berubah karena nilai pada kolom kunci = 0

Data Hasil Revisi ditata & Diplot pada Tabel dibawah :

| VARIABEL DASAR | Z | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | NK | |
|----------------|---|----|----|----|-------|------|------|-----|
| Z | 1 | 0 | 0 | 0 | 5/6 | 1/2 | 27,5 | k |
| X 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5/9 | -1/3 | 6,33 | doz |
| X 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1/3 | 0 | 5 | doz |
| X 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | -5/18 | 1/6 | 5/6 | doz |

Konklusi Analisis :

Dari hasil analisis model Simplex pada Tabel diatas yg sudah optimal (Z negatif sudah hilang / sudah tidak muncul Z negatif lagi pada kolom : X1, X2, X3, X4, dan X5) maka : Distribusi Produk :

X1 = 5/6 → Produk A (X1) = 5/6 Lusin

X2 = 5 → Produk B (X2) = 5 Lusin

X3 = 6,33 → Produk C (X3) = 6,33 Lusin

Z maximum = 27,5 k = 27,5 x 1000 → Artinya Laba yang akan diperoleh adalah sebesar US \$ 275.000,-

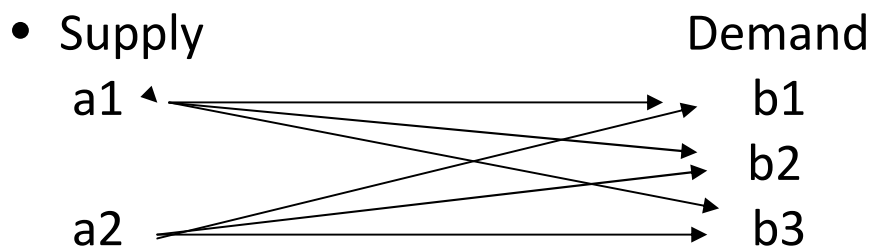
Soal Tugas 2 (LP. Model Simplex)

- Perusahaan PT. CICODOT memproduksi mainan anak meliputi : 4 jenis mainan , 4 macam alat olah raga dan 2 buku dengan harga jual Rp 30.000 per bungkus (standar) tipe I dan untuk tipe II (Delux) berisi 5 mainan, 6 alat olah raga, dan 5 buku dijual dgn harga Rp 40.000,- per bungkus. Untuk tipe super deluxe beris 6 mainan, 8 alat olah raga dan 5 buku dijual Rp 60.000,- per bungkus. Untuk keperluan ini tersedia 60.000 mainan, 5000 alat olah raga, 45.000 buku. Coba sdr. hitung berapa tiap bungkus yang harus diproduksi agar diperoleh penerimaan penjualan atau laba maximal ?

TOPIC 6 : PROGRAM LINEAR MODEL TRANSPORTASI

Dosen Pengampu : Dr. Ir. Raden A. Harianto, BSc, MM

- Model transportasi membahas distribusi komoditas produk dari sejumlah sumber (supply) kepada sejumlah objek / tujuan (demand) dengan meminimumkan ongkos transport yg terjadi. Sebagai ilustrasi ada 2 supply (pabrik) dan 3 jenis demand (pasar) maka distribusi alokasi adalah :



Metode Transportasi dapat diselesaikan dengan Metode :

1. North – West Corner [paling mudah tapi hasilnya belum optimal]
2. Least – Cost
3. Vogel’s Approximation (VAM) [paling praktis, cepat, efisien, & optimal]
4. Stepping Stone.

[1] Tujuan meminimumkan ongkos transport yaitu :

- $Z \min = C_{11}.X_{11} + C_{12}.X_{12} + C_{13}.X_{13} + C_{21}.X_{21} + C_{22}.X_{22} + C_{23}.X_{23}$

[2]. Fungsi Pembatas (Constrain) Supply :

Supply Pabrik 1 : $X_{11} + X_{12} + X_{13} = a_1$

Supply Pabrik 2 : $X_{21} + X_{22} + X_{23} = a_2$ (Pembatas Supply)

[3] Fungsi Pembatas (Demand) :

Gudang Pasar 1 : $X_{11} + X_{21} = b_1$

Gudang pasar 2 : $X_{12} + X_{22} = b_2$

Gudang Pasar 3 : $X_{13} + X_{23} = b_3$

1. Metode NORTH – WEST CORNER

Contoh Soal :

- Diketahui PT. ABC kapasitas supply pabrik :
- $a_1 = 15$ doz, $a_2 = 25$ doz dan $a_3 = 5$ doz sedangkan kapasitas demand : $b_1 = 5$, $b_2 = 15$ $b_3 = 15$ dan $b_4 = 10$ doz Dengan tabel biaya transport dialokasikan sebagai berikut :

$X_{11} \{5,15\} \min = 5 \rightarrow$ plot ke pojok kiri atas (North west Corner), $X_{11} = 5$

$X_{12} \{15 - 5\} = 10 \rightarrow$ plot 10 (sisa) di X baris 1 dan kolom 2 $\rightarrow X_{12} = 10$

$X_{22} \{ \text{Kap Gudang } 15 - X_{12} \} = X_{22} \{ 15 - 10 \} = 5 \rightarrow \text{plot } 5 \text{ di } X_{22} = 5$
 $X_{33} \{ 5, 15 \} \text{ min} = 5 \rightarrow \text{plot } 5 \text{ dibaris } 3 \text{ dan kolom } 3 \rightarrow X_{33} = 5$
 $X_{23} = \{ 15 - X_{33} \} = (15 - 5) = 10 \text{ jadi } X_{23} = 10$
 $X_{24} = (25 - X_{22} - X_{23}) = (25 - 5 - 10) = 10 \rightarrow \text{Jadi } X_{24} = 10 \text{ sesuai dengan}$
 kapasitas Gudang kolom 4 yaitu 10 Doz. Kemudian sisa selebihnya diisi dengan angka nol ($X_{13} = 0, X_{14} = 0, X_{21} = 0, X_{31} = 0, X_{32} = 0, \text{ dan } X_{34} = 0$)

Kolom : 1 2 3 4
 Baris : X_{11}

| | | | | |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------------------------|
| 5 [\$10] | 10 [\$ 0] | 0 [\$20] | 0 [\$11] | 15 [Supply] \rightarrow S1 |
| 0 [\$12] | 5 [\$ 7] | 10 [\$ 9] | 10 [\$20] | 25 \rightarrow S2 |
| 0 [\$ 0] | 0 [\$14] | 5 [\$16] | 0 [\$18] | 5 \rightarrow S3 |
| 5 | 15 | 15 | 10 | Total = 45/45 Doz [Sup/Demand] |

* Hitunglah alokasi masing-masing biaya transpor dengan Metode North West Corner ? Biaya Transport metode North – West Corner adalah :
 Biaya Transport : $Z \text{ min} = (5 \times 10) + (10 \times 0) + (5 \times 7) + (10 \times 9) + (10 \times 20) + (5 \times 16) = \$ 455,-$
 Jadi total biaya transpor minimal (ekonomis) : $Z \text{ min} = \text{US } \$ 455,-$

Alokasi Distribusi Barang dapat ditentukan dengan metode **Approximasi Vogel (VAM)** sbb :

Tabel Transportasi Metode Vogel's Approximation

| Dari \ Ke | Gudang A | Gudang B | Gudang C | Kapasitas Pabrik |
|------------------|---------------|----------------|----------------|------------------|
| Pabrik – W | X_{11} [20] | X_{12} [5] | X_{13} [8] | 90 |
| Pabrik – H | X_{21} [15] | X_{22} [20] | X_{23} [10] | 60 |
| Pabrik – P | X_{31} [25] | X_{32} [10] | X_{33} [19] | 50 |
| Kebutuhan Gudang | 50 | 110 | 40 | 200 |
| | | | | 200 |

Keterangan :

X_{ij} = Jumlah unit barang yg dialokasikan dari pabrik W,H, P ke Gudang : A, B, C
 [20] = biaya transport diketahui pada soal : \$ 20 dari pabrik W ke Gudang A
 [19] = biaya transport diketahui pada soal : \$ 19 dari pabrik P ke Gudang C
 Kapasitas pabrik total [200 ton] = Kebutuhan Gudang total [200 ton] \rightarrow Balance [Dalam kondisi seimbang] \rightarrow Layak untuk dihitung alokasi barang X_{ij} .

Contoh Soal dan Solusi :

| Gudang | A | B | C | Supply | Beda kolom |
|------------|-----------|------------|------------|-----------|------------|
| Pabrik I | 70 [\$8] | 0 [\$ 5] | 50 [\$ 6] | 120 | 1 |
| Pabrik II | 0 [\$15] | 70 [\$ 10] | 10 [\$ 12] | 80 | 2 |
| Pabrik III | 80 [\$ 3] | 0 [\$ 9] | 0 [\$ 10] | 80 | 6 besar |
| Demand | 150 | 70 | 60 | 180 / 180 | |
| Beda baris | 7 besar | 5 | 6 | | |

$$\text{Total Biaya Transport Ekonomis : } Z \text{ min} = (70 \times 8) + (50 \times 6) + (70 \times 10) + (10 \times 12) + (80 \times 3) = \$ 1.920,-$$

SOAL TUGAS MODEL TRANSPORTASI

1..Perusahaan PT. Cicodot memiliki pabrik 3 unit plant W, H, dan P. Perusahaan itu akan meng alokasikan hasil produksi dari tiap pabrik ke Gudang – gudang di A, B, dan C. Kapasitas pabrik, kebutuhan gudang dan ongkos transpor :

| Kapasitas pabrik | Kapasitas Produksi /bln |
|------------------|-------------------------|
| W | 90 ton |
| H | 60 ton |
| P | 50 ton |
| Jumlah | 200 ton |

Kebutuhan Gudang A, B, dan C diketahui :

| Gudang : | Kebutuhan tiap bulan : |
|----------|------------------------|
| A | 50 ton |
| B | 110 ton |
| C | 40 ton |
| Jumlah | 200 ton |

Biaya transport tiap ton dari pabrik ke Gudang :

| Dari | Gudang A | Gudang B | Gudang C |
|----------|----------|----------|----------|
| Pabrik W | 20 | 5 | 8 |
| Pabrik H | 15 | 20 | 10 |
| Pabrik P | 25 | 10 | 19 |

Hitunglah berapa ton masing - masing pabrik W, H, dan P mengalokasikan ke tiap Gudang A, B, dan C

Pertanyaan Tugas :

1. Selesaikan soal kasus perusahaan PT. Cicodot dengan metode North – West Corner.
2. Selesaikan Soal Kasus perusahaan tersebut dengan Metode Approximasi Vogels (VAM)

Gunakan Tabel Program Linear Transportasi :

| Gudang | A | B | C | Supply | Beda baris |
|-----------------|-----------|------------|-----------|-----------|------------|
| Pabrik W | | | | 90 | 3 |
| Pabrik H | | | | 60 | 5 |
| Pabrik P | | | | 50 | 9 |
| Demand | 50 | 110 | 40 | 200 / 200 | |
| beda kolom | 5 | 15 | 2 | | |

Keterangan :

Beda baris dicari dari selisih biaya paling minimum dari tabel data biaya transport pada soal diatas berdasarkan baris. Sedangkan Beda Kolom diperoleh dari selisih biaya paling minimum berdasarkan kolom yang tidak dicoret. Lalu dipilih angka beda baris terbesar yaitu angka **9** pada baris Pabrik P dan pilih kotak biaya paling minim kolom B di plot 50 ton sehingga persediaan gudang B tinggal ($110 - 50 = 60$) dan seterusnya. Untuk beda kolom terbesar pada angka **15** **Pilih** kolom B biaya terkecil angka 5 pada pabrik W sehingga diisi angka 60 (tersedia sisa di gudang B) agar pabrik W mencapai 90 maka kolom C diisi sisa ($90 - 60 = 30$) dan seterusnya.

SOAL NO 2.

Suatu perusahaan *Tenun* memiliki pabrik W :

- Kapasitas Produksi (W1) = 100 kodi per hari
- Kapasitas Produksi (W2) = 80 kodi per hari

Gulungan kain ini dikirim ke pabrik Finishing dengan Alokasi :

F1 = 60 kodi /hari, F2 = 70 kodi /hari, dan F3 = 50 kodi /hari, sedangkan biaya transport pengiriman kain tiap unit adalah :

| | | | | |
|----------|----|----|----|--------------------------|
| Pabrik : | F1 | F2 | F3 | |
| W1 | 60 | 40 | 20 | Satuan Harga dalam US \$ |
| W2 | 50 | 40 | 30 | |

Berapa Unit kain yg dikirim dari masing-masing pabrik W1, dan W2 ke pabrik F 1, F2, dan F 3 agar tercapai biaya transport minimum ?

-----o Selamat Mengerjakan Tugas o-----

Solusi Soal No. 2 :

Tabel LP Transportasi Metode Vogel's Approximation :

| Dari \ Ke | Pabrik F1 | Pabrik F2 | Pabrik F3 | Kapasitas Supply | Beda baris |
|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------------|-------------------|
| Pabrik W1 | 0 [60] | 50 [40] | 50 [20] | 100 kodi | 20 |
| Pabrik W2 | 60 [50] | 20 [40] | 0 [30] | 80 kodi | 10 |
| Gudang | 60 | 70 | 50 | 180/180 | |
| Beda Kolm | 10 | 0 | 10 | | |

Alokasi Distribusi Barang dari :

Pabrik W1 → F1 = 0 kodi (Tidak Produksi)

Pabrik W1 → F2 = 50 kodi

Pabrik W1 → F3 = 50 kodi

Pabrik W2 → F1 = 60 kodi

Pabrik W2 → F2 = 20 kodi

Pabrik W2 → F3 = 0 kodi

Pabrik W2 → F3 (Tidak Buat)

Total Biaya / Ongkos Transport :

$$Z \text{ min} = (50 \times 40) + (50 \times 20) + (60 \times 50) + (20 \times 40) = \$ 6.800,-$$

Topic 7 : PROGRAMASI DINAMIS

Programasi dinamis dapat dinyatakan dalam bentuk Umum :

$$\text{Maximumkan : } f_n(X) = \sum_{j=1}^n r_j(X_j).$$

$$\text{Dengan batasan } X = \sum_{j=1}^n X_j \quad \text{dan} \quad X_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

dimana :

$f_n(X)$ = Penghasilan total dari seluruh kegiatan (tahap).

X_j = Kuantitas sumber daya yang dialokasikan ke kegiatan tahap ke j .

$r_j(X_j)$ = Penghasilan (reward) dari kegiatan ke j

μ = Jumlah kegiatan (tahap-tahap) bebas (independent)

X = Sumber daya total yang tersedia untuk μ kegiatan-kegiatan.

Dari masalah umum diatas, penghasilan (return) maximum dari seluruh kegiatan ditentukan oleh sumber daya total X yang tersedia dan penghasilan dari kegiatan individual $r_j(X_j)$. Masalah programasi dinamis dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi umum sebagai :

$$f_n(X) = \max \{ r_n(X_n) + f_{n-1}(X - X_n) \} \text{ dimana : } n = 2, 3, \dots$$

Persamaan ini disebut sebagai *recursive equation* (atau *recurrence relations*).

Program Dinamis → Teknis matematik yang digunakan untuk membuat keputusan dari rangkaian dari keputusan yang saling terkait dan mempermudah solusi soal optimasi dengan cara membagi persoalan menjadi beberapa bagian yang lebih kecil sehingga mempermudah solusinya.

Contoh Soal – 1 :

Seorang salesman pergi dari kota A ke kota B,C,D masing2 dengan biaya \$2, \$4, \$3, dan dari kota B, C, D ke kota E, F, G, masing2 dengan biaya \$7,4,6, dari kota B dan dari kota C ke kota E,F,G, adalah \$3,2,4 dst .dari kota D sampai ke kota E,F, dan G adalah \$4, \$1, \$5 dan dari kota E,F,G ke P → \$1,6,3,dan ke Q \$4,3,3.dan dari kota PQ ke R \$3 dan \$4, Rute manakah yang dapat menimbulkan ongkos minimum yang paling ekonomis ?

Solusi Soal – 1 :

Data ongkos yang harus dibayar, jika salesman meninggalkan Kota i dan menuju kota j [C_{ij}] adalah sebagai berikut :

| Kota | B | C | D |
|------|-----|-----|-----|
| A | \$2 | \$4 | \$3 |

(1). Pilih kota A → B dengan ongkos paling ekonomis (murah) = \$2

| Kota | E | F | G |
|------|-----|-----|-----|
| B | \$7 | \$4 | \$6 |
| C | \$3 | \$2 | \$4 |
| D | \$4 | \$1 | \$5 |

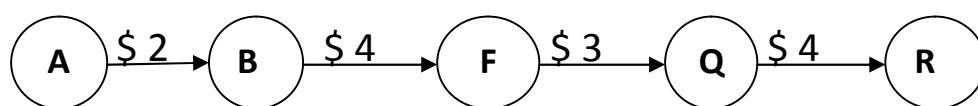
(2). Pilih kota B → F dengan ongkos paling ekonomis = \$ 4

| Kota | P | Q | Kota | R |
|------|------|------|------|------|
| E | \$ 1 | \$ 4 | P | \$ 3 |
| F | \$ 6 | \$ 3 | Q | \$ 4 |
| G | \$ 3 | \$ 3 | - | - |

(3). Pilih kota F → Q dengan ongkos paling ekonomis = \$ 3 dan (4) kota Q ke kota → R dengan ongkos \$ 4

Rute manakah yang dapat menimbulkan ongkos minimum (paling murah / ekonomis) ?

Disini ada 4 Stage perjalanan dari kota asal "A" ke tujuan di "R". Berdasarkan strategi pilih ongkos terkecil atau minimum adalah :



Mangacu pada data biaya / ongkos transport salesman berangkat dari kota A → B → F → Q → R maka TC = \$ 2 + \$ 4 + \$ 3 + \$ 4 = \$ 13,-

Contoh Soal – 2 :

PT. Cicodot akan buat keputusan apakah membeli atau menyewa alat . Biaya untuk beli alat itu Rp 10 juta dan jika menyewa Rp 3 juta. Pihak manajemen memperkirakan ada penurunan kemakmuran ekonomi 40 % dan 60 % stabilitas ekonomi. Akuntan perusahaan telah menyiapkan tabel Revenue bersyarat. Data kondisi ekonomi berupa peristiwa dan harga pasar adalah seperti tabel dibawah ini.

| Peristiwa | Probabilitas | Keputusan Beli | Keputusan Sewa |
|------------|--------------|-----------------|-----------------|
| Kemakmuran | 0,40 | Rp 30.000.000,- | Rp 25.000.000,- |
| Stabilitas | 0,60 | Rp 18.000.000,- | Rp 10.000.000,- |

Pertanyaan :

- Hitung berapa Expected value keputusan membeli dan menyewa ?
- Bagaimana keputusan pihak manajemen apakah membeli ataukah menyewa mesin produksi ? Gambarkan Decision tree nya.

Solusi Soal – 2 :

- Expected Value untuk keputusan membeli mesin adalah :

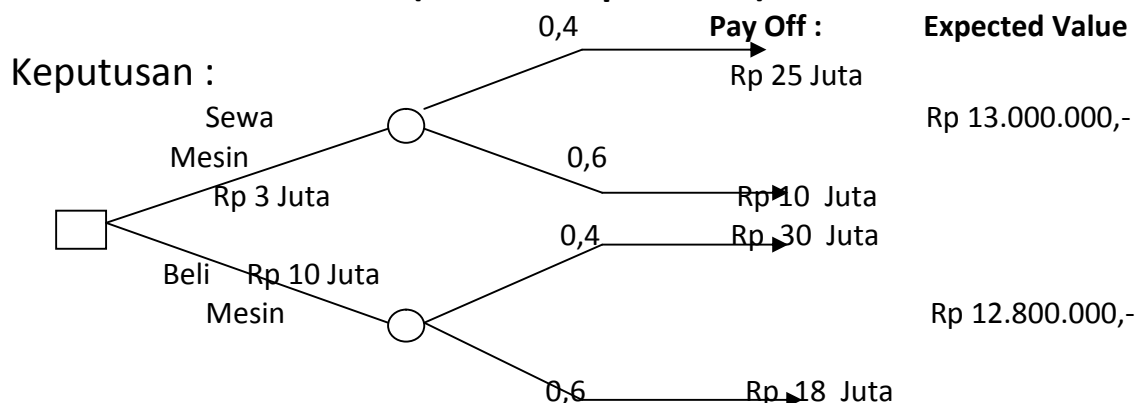
$$\text{Ex. Value beli} = [(0,4 \times 30.\text{juta}) + (0,6 \times 18.\text{juta})] - 10 \text{ juta} = \text{Rp } 12.800.000,- \text{ [Ev - B]}$$

- Expected Value untuk keputusan menyewa mesin adalah :

$$\text{Exp. Value sewa} = [(0,4 \times 25 \text{ juta}) + (0,6 \times 10 \text{ juta})] - 3 \text{ juta} = \text{Rp } 13.000.000,- \text{ [Ev - S]}$$

Konklusi Analisis Keputusan : Pilih Sewa Mesin karena $Ev-B < Ev-S$

Gambar Decision Tree (Pohon Keputusan) :



SOAL TUGAS :

Seorang General Manager Hotel Cicodot Continental Internasional akan menawarkan tiga jenis suit room special kepada tamu dengan harga sebagai berikut :

Tabel I : Room Rent

| Room | Price per one Night | Service Cost per One Night | Profit Margin |
|------|---------------------|----------------------------|---------------|
| A | Rp 300.000 | Rp 50.000,- | Rp 250.000,- |
| B | Rp 180.000 | Rp 30.000,- | ? |
| C | Rp 120.000 | Rp 20.000,- | ? |

Tabel 2 : Sales Distribution

| SALES RATE | Probabilistik A | Probabilistik B | Probabilistik C |
|------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 0 | 0 | 0,1 | 0,1 |
| 50.000 | 0 | 0,2 | 0,3 |
| 100.000 | 0,1 | 0,2 | 0,3 |
| 150.000 | 0,1 | 0,4 | 0,2 |
| 200.000 | 0,2 | 0,1 | 0,1 |
| 250.000 | 0,6 | 0 | 0 |

Tentukan jenis kamar atau room mana pada hotel Cicodot Intercontinental yang memberi kontribusi laba maximal ?

Selesaikan :

- a. Hitung berapa profit marginnya ?
- b. Buatlah diagram **Decision Tree** !
- c. Tentukan **Expected Value** nya.

-----o Selamat Bekerja o-----

TOPIC 9 : OPTIMASI PENUGASAN (ASSIGNMENT)

Masalah Penugasan (Assignment Problem) dalam Linear Programming dapat diselesaikan dengan menerapkan metode Hungarian yaitu Jumlah sumber – sumber yang ditugaskan (pada Baris) harus sama persis dengan jumlah tugas yang akan diselesaikan (pada Kolom), misalnya sejumlah pegawai pada baris (Pegawai A, B, C, D,... m) menyelesaikan sejumlah tugas / pekerjaan yang tercantum pada kolom (Tugas /pekerjaan : I, II, III, IV, n). Selain itu, setiap sumber pegawai pada baris harus ditugaskan hanya untuk satu tugas pada kolom yaitu : tugas I, atau tugas II, atau III atau pun tugas IV.

I. Metode Hungarian

Jumlah sumber-sumber yang ditugaskan (pegawai A, B, C, ...m) = Jumlah tugas yg akan diselesaikan (pekerjaan 1, 2, 3, ...n) dimana : $m = n$ tugas.

1. Fungsi Objective dalam Linier Programming :

$$\text{Minimumkan (Maksimumkan) : } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}.X_{ij}$$

2. Fungsi Constrain (Pembatas) :

$$\sum X_{ij} = \sum X_{ij} = 1 \text{ dan } X_{ij} \geq 0 \text{ [} X_{ij} = X^2_{ij} \text{]}$$

Dimana : C_{ij} adalah konstante yang diketahui.

I..Tujuan Minimasi Biaya Pegawai [Baris nilai minimum dan Kolom Minimum]

II. Contoh Kasus Minimasi Biaya Tugas :

Perusahaan PT. Modal Dengkul memiliki 4 (empat) tugas : I, II, III, dan IV untuk dikerjakan oleh 4 pegawai A, B, C, dan D. Biaya tugas pegawai untuk masing-masing tugas kerja sbb:

Hitung Optimasi biaya tugas jika diketahui data biaya tugas (pekerjaan) pegawai seperti Tabel Matrix dibawah ini.

Tabel I : Data Biaya Penugasan Pegawai

| Tugas Pegawai | I | II | III | IV |
|------------------|-------|-------|-------|-------|
| A | \$ 15 | \$ 20 | \$ 18 | \$ 22 |
| B | \$ 14 | \$ 16 | \$ 21 | \$ 17 |
| C | \$ 25 | \$ 20 | \$ 23 | \$ 20 |
| D | \$ 17 | \$ 18 | \$ 18 | \$ 16 |

Solusi :

Dimulai dari baris A pada tabel I disoal pilih biaya nilai terkecil \$ 15 sebagai pengurang tugas I ($15 - 15 = 0$), tugas II ($20 - 15 = 5$), dst untuk tugas III ($18 - 15 = 3$) dan tugas IV ($22 - 15 = 7$), lalu dilanjutkan dengan pegawai B (baris B) pilih nilai biaya terkecil \$ 14 sebagai pengurang tugas I ($14 - 14 = 0$) tugas II ($16 - 14 = 2$), tugas III ($21 - 14 = 7$) dan tugas IV ($17 - 14 = 3$) dan kemudian untuk pegawai C (baris C) dan pegawai D (baris D) dihitung selisihnya sama dengan cara pada baris A dan B terhadap tugas I, II, III, dan IV seperti pada kolom tabel disoal. Hasil selisih nilai biaya ini data nya diplot kedalam tabel baru dibawah ini.

Tabel 2 : Data Hasil Selisih Biaya Pegawai (*Reduced – Cost Matrix*)

| Tugas | I | II | III | IV |
|---------|---|----|-----|----|
| Pegawai | | | | |
| A | 0 | 5 | 3 | 7 |
| B | 0 | 2 | 7 | 3 |
| C | 5 | 0 | 3 | 0 |
| D | 1 | 2 | 2 | 0 |

Ditinjau dari tabel 2 data hasil selisih biaya pegawai diatas tampak bahwa tugas pada kolom III data (3, 7, 3, 2) pilih nilai terkecil 2 sebagai pengurang dikolom III yaitu baris A, kolom III : ($3 - 2 = 1$), baris B, Kol. III : ($7 - 2 = 5$), baris C, Kolom III : ($3 - 2 = 1$), baris D, kolom III : ($2 - 2 = 0$), sehingga diperoleh tabel 3 yaitu tabel Total Opportunity – Cost Matrix dibawah ini.

Tabel 3 : *Total Opportunity – Cost Matrix*

| Tugas | I | II | III | IV |
|---------|---|----|-----|----|
| Pegawai | | | | |
| A | 0 | 5 | 1 | 7 |
| B | 0 | 2 | 5 | 3 |
| C | 5 | 0 | 1 | 0 |
| D | 1 | 2 | 0 | 0 |

Dari tabel 3 diatas tampak bahwa baik ditinjau dari baris A, B, C, dan D maupun dari kolom I, II, III, dan IV sudah terdapat angka nol (0) yang dapat dihubungkan dengan sebuah garis seperti pada tabel 4 : *Test for Optimality* dibawah ini .

Tabel 4 : *Test for Optimality*

| Tugas Pegawai | I | II | III | IV |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| A | 0 | 5 | 1 | 7 |
| B | 0 | 2 | 5 | 3 |
| C | 5 | 0 | 1 | 0 |
| D | 1 | 2 | 0 | 0 |

Dari data pada tabel 4 diatas tampak bahwa data diluar garis penghubung adalah berada pada baris A (5, 1, 7) dan baris B (2, 5, 3) dengan nilai terkecil pada nilai angka 1 sebagai pengurang yaitu baris A kol II ($5 - 1 = 4$), baris A kol III ($1 - 1 = 0$), dan baris A, kol IV ($7 - 1 = 6$), sedangkan baris B, kolom II ($2 - 1 = 1$), baris B kol III ($5 - 1 = 4$), dan baris B kol IV ($3 - 1 = 2$). Data hasil reduksi ini diplot kedalam tabel dengan garis penghubung bertambah satu sehingga jumlah garis menjadi 4 buah seperti tabel dibawah ini.

Tabel 5 : *Revised Matrix dan test for Optimality*

| Tugas Pegawai | I | II | III | IV |
|------------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| A | 0 | 4 | 0X | 6 |
| B | 0X | 1 | 4 | 2 |
| C | 5 | 0X | 1 | 0 |
| D | 1 | 2 | 0 | 0X |

Dari tabel 5 diatas tampak bahwa jumlah garis penghubung (0 – 0) sudah berjumlah 4 garis sama dengan jumlah baris (pegawai) dan jumlah kolom (tugas) yang berarti pula tabel 5 sudah optimal, sehingga pembagian tugas pegawai A, B, C, dan D dapat direalisasikan seperti pada Tabel baru Daftar Biaya tugas dan Pegawai dengan tugas nya masing-masing seperti pada tabel berikut ini.

Tabel 6 : Pembagian Tugas dan Honor Pegawai

| Skedul Penugasan | Honor |
|------------------|----------------|
| A – III | \$ 18 |
| B – I | \$ 14 |
| C – II | \$ 20 |
| D – IV | <u>\$ 16</u> + |
| Total Biaya | \$ 68 |

Assignment : Pegawai A mengerjakan tugas III, B – I, C – II, dan D – IV

II. Masalah Maximisasi

Metode penugasan Hungarian untuk minimisasi [Nilai baris minimum dan Nilai Kolom Minimum] juga dapat diterapkan untuk masalah penugasan dalam konteks maximisasi yaitu Nilai baris maximum dan Nilai kolom minimum.

Dalam masalah maximisasi, matrix elemen – elemen menunjukkan tingkat keuntungan (atau index produktivitas). Efektivitas pelaksanaan tugas oleh karyawan individu diukur dengan jumlah kontribusi keuntungan. Tabel matrix 2.1. dibawah ini tampak bahwa karyawan A memiliki keterampilan yang dibutuhkan untuk menangani 5 (lima) pekerjaan yang berbeda.

SOAL TUGAS Topic – 9

Sebuah Perusahaan Supermarket GOLDEN TRULY di Sarinah merencanakan menugaskan karyawan dengan data karyawan seperti yang tertera pada tabel Matrix dibawah ini.

Tabel Matrix Tugas dan Biaya Karyawan Golden Truly

| Tugas Karyawan | I | II | III | IV | V |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A | \$ 10 | \$ 12 | \$ 10 | \$ 08 | \$ 15 |
| B | \$ 14 | \$ 10 | \$ 09 | \$ 15 | \$ 13 |
| C | \$ 09 | \$ 08 | \$ 07 | \$ 08 | \$ 12 |
| D | \$13 | \$ 15 | \$ 08 | \$ 16 | \$ 11 |
| E | \$ 10 | \$ 13 | \$ 14 | \$ 11 | \$ 17 |

Pertanyaan :

Tugas 1 : Selesaikan Optimasi Penugasan (*Assignment*) Karyawan Golden Truly untuk tujuan Minimisasi biaya ekonomis.

Tugas 2 : Selesaikan Optimasi Penugasan (*Assignment*) Karyawan Golden Truly untuk Tujuan Maximisasi Keuntungan penggunaan karyawan terampil.

-----o Selamat Bekerja o-----

TOPIC 10 : GAME THEORY (Teori Permainan)

Dosen Pengampu : Dr. Ir. Raden A Harianto, M.M.

A. Konsep Permainan

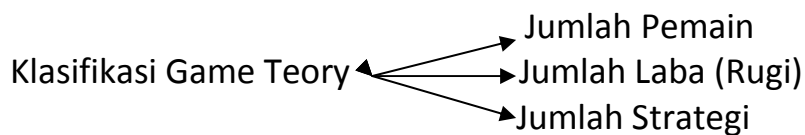
Teori Permainan → Teknik pengambilan keputusan dengan pendekatan matematis untuk merumuskan situasi persaingan dan konflik antara berbagai kepentingan, seperti : proses pengambilan keputusan pada persaingan yang berbeda-beda yg melibatkan 2 atau lebih kepentingan.

- Asumsi dalam Teori Permainan

Ada 2 asumsi, yaitu :

1. Setiap pemain (individu atau kelompok) punya kemampuan ambil keputusan bebas & rasional, dan
2. Matriks pay off diketahui oleh masing-2 pemain.

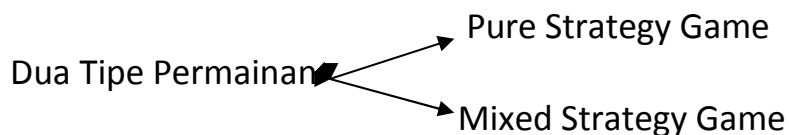
B. Klasifikasi



- Jumlah Laba & Rugi → Jumlah laba Nol (zero sum game) / konstan dimana pihak 1 = rugi di pihak 2 yang jika dijumlahkan hasilnya nol.
- Non Zero sum game → Jumlah laba bukan Nol, misalnya sejumlah perusahaan kampanye iklan yang intensif dan market share total akan meningkat sehingga hasil laba / rugi akan menjadi positif, artinya semua pihak beruntung, tidak ada yang merugi.

C. Tujuan Teori Permainan

- Tujuannya untuk mengidentifikasi strategi optimal setiap pemain, sehingga pihak yang menang dapat memaximumkan kemenangan / keuntungannya, sementara yang kalah dapat diminimumkan kerugiannya.



1. Pure – Strategy Game

Misalnya ada 2 perusahaan besar minuman ringan bersaing merebut pasar yang besarnya konstan, yaitu : Coca – Cola (= C) dan Pepsi – Cola (= P)

A. Soal Pure – Strategy Game

Strategi yang digunakan oleh coca – cola ada dua, yaitu :

- Strategi C_1 = Biaya iklan 1 milyar.
- Strategi C_2 = Biaya iklan 1,5 milyar.
- Strategi yang digunakan oleh Pepsi – Cola ada 3 yaitu :
 - Strategi P_1 = Biaya iklan 750 juta
 - Strategi P_2 = Biaya iklan 500 juta
 - Strategi P_3 = Biaya iklan 1 milyar.

Matrix hasil pangsa pasar strategi antara perusahaan Coca Cola (C) dan Perusahaan Pepsi Cola (P) adalah seperti Tabel Matrix berikut ini :

| STRATEGI - PERUSAHAAN | P 1 | P 2 | P 3 |
|-----------------------|----------|----------|----------|
| C 1 | 1 | 7 | 2 |
| C 2 | 6 | 5 | 3 |

PERTANYAAN :

1. Apakah titik pelana dalam persaingan coca-cola dengan pepsi – cola akan tercapai ?
2. Tentukan strategi optimal untuk perusahaan coca – cola dan pepsi – cola.

Solusi :

Tabel matrix permainan untuk mencapai titik pelana adalah sebagai berikut:

| Strategi Perusahaan | P1 | P2 | P3 | Minimum Baris - Coca |
|----------------------------|-----------|-----------|-----------|----------------------|
| C1 | 1 | 7 | 2 | 1 |
| C2 | 6 | 5 | 3 | 3 - maximin |
| Maximum Kolom Pepsi | 6 | 7 | 3 | minimax |

Konklusi Analisis :

1. Ternyata terbukti, bahwa nilai minimum & nilai maximum sama, yaitu : 3 (tiga), oleh karena itu titik pelana tercapai sehingga keputusan memilih strategi perusahaan dapat optimal.
2. Strategi optimal untuk coca – cola adalah strategi C_2 yaitu mengeluarkan biaya iklan sebesar 1,5 milyar dollar USA, sedangkan

untuk pepsi – cola menerapkan strategi P3, yaitu mengeluarkan biaya iklan sebesar 1 Milyard dollar USA.

B. Mixed Strategy Game

Jika strategi yang digunakan Coca – Cola bertambah menjadi 3 strategi yang dapat dijabarkan sebagai berikut :

C_1 = Mengeluarkan biaya iklan 1 milyar.

C_2 = Mengeluarkan biaya iklan 500 juta

C_3 = Mengeluarkan biaya iklan 1,5 milyar

Sementara pepsi – cola tetap menggunakan 3 strategi yang berbeda, yaitu :

P_1 = Mengeluarkan biaya iklan 1 milyar

P_2 = Mengeluarkan biaya iklan 750 juta

P_3 = Mengeluarkan biaya iklan 500 juta

Pertanyaan :

(1). Apakah titik pelana dalam persaingan coca – cola dengan pepsi – cola tercapai ? dan (2). Tentukan Strategi Optimal.

Tabel Mixed Strategy Game (tidak memiliki titik Pelana)

| STRATEGI PERUSAHAAN | P1 | P2 | P3 | Minimum Baris |
|---------------------|----|--------------|----|---------------|
| C1 | 2 | 5 | 7 | 2-Maximum |
| C2 | -1 | 2 | 4 | -1 |
| C3 | 6 | 1 | 9 | 1 |
| Max. kolom | 6 | 5 minimum | 9 | |

Pada tabel diatas nilai baris maximum berbeda dengan nilai kolom minimum sehingga tidak tercapai titik pelana karena nilai $2 \neq 5$

Matrix di atas dapat direduksi dengan aturan dominan. Dapat dilihat bahwa setiap nilai dalam kolom P3 memiliki nilai yang lebih besar dari setiap nilai dalam kolom P2 yaitu ($7 > 5$, $4 > 2$, dan $9 > 1$). Dengan aturan dominan maka kolom P2 dapat dibuang.

Demikian pula tampak bahwa setiap nilai dalam baris C2 memiliki nilai yang lebih kecil dari setiap nilai dalam baris C1, yaitu ($-1 < 2$, $2 < 5$, dan $4 < 7$). Dengan aturan dominan, maka baris C2 dapat dibuang.

Oleh karena P3 dan C2 dibuang, maka ada satu baris dan satu kolom yang dibuang seperti yang tampak pada tabel dibawah ini :

| Strategi Perusahaan | P1 | P2 | Minimum Baris |
|---------------------|----|--------------------|--------------------|
| C1 | 2 | 5 | 2 – maximin |
| C3 | 6 | 1 | 1 |
| Maximum Kolom | 6 | 5 - minimax | |

Untuk memecahkan masalah *mixed strategy game*, dapat digunakan dengan 4 metode sebagai berikut :

1. Metode Grafik.
2. Metode Probabilitas.
3. Metode Aljabar matrix.
4. Metode Linear Programming.

Untuk memecahkan persoalan ini dapat dilakukan dengan pendekatan Metode Probabilitas, perusahaan Coca – Cola $\rightarrow C_1 = p$ dan $C_3 = 1 - p$

Jika perusahaan Pepsi menggunakan strategi P_1 maka keuntungan Coca Cola adalah :

$$2p + 6(1 - p) = 6 - 4p$$

Jika perusahaan Pepsi menggunakan strategi P_2 maka keuntungan Coca Cola adalah :

$$5p + 1(1 - p) = 1 + 4p$$

Strategi optimal Coca Cola dicapai Jika $P_1 = P_2$ dengan substitusi kedua persamaan diatas menjadi :

$6 - 4p = 1 + 4p \rightarrow p = 5/8 = 0,625$ artinya seharusnya Coca Cola menggunakan :

C_1 sebesar 62,5 % dan C_3 sebesar 37,5 %

Keuntungan yang diharapkan Coca Cola adalah :

$$= 0,625 (2) + 0,375 (6)$$

$$= 0,625 (5) + 0,375 (1)$$

$$= 3,5$$

Pendekatan probabilitas, perusahaan Pepsi Cola $\rightarrow P_1 = q$ dan $P_2 = 1 - q$

Jika Coca Cola menggunakan strategi C_1 maka kerugian Pepsi adalah :

$$2q + 5(1 - q) = 5 - 3q$$

Jika Coca Cola menggunakan Strategi C_3 maka kerugian Pepsi adalah :

$$6q + 1(1 - q) = 1 + 5q$$

Strategi optimal Pepsi tercapai jika $C_1 = C_3$

$$5 - 3q = 1 + 5q \rightarrow q = 4/8 = 0,5 \text{ artinya seharusnya Pepsi menggunakan:}$$

P_1 sebesar 50 % dan

P_2 sebesar 50 %

Kerugian yang diharapkan Pepsi Cola adalah :

$$= 0,5(2) + 0,5(5)$$

$$= 0,5(6) + 0,5(1)$$

$$= 3,5$$

Kesimpulan :

1. Dicapai titik pelana (*equilibrium*) \rightarrow pada nilai 3,5

2. Kedua perusahaan dapat memperbaiki posisi mereka, dimana Coca Cola telah menaikkan keuntungan dari 2 (nilai maximin) menjadi 3,5 dan Pepsi telah mengurangi kerugian dari 5 (nilai minimax) menjadi 3,5

TUGAS Game Theory

Perusahaan Coca Cola diketahui menggunakan 3 strategi yaitu :

C1 mengeluarkan biaya iklan 1 miliar dollar

C2 mengeluarkan biaya iklan 500 juta dollar

C3 mengeluarkan biaya iklan 1,5 miliar dollar

Sementara Pepsi Cola menggunakan 3 strategi yang berbeda yaitu :

P1 mengeluarkan biaya iklan 1 miliar dollar

P2 mengeluarkan biaya iklan 750 juta

P3 mengeluarkan biaya iklan 500 juta

Maka matrix hasil perolehan tambahan pangsa pasar dari strategi tersebut berubah menjadi seperti pada tabel berikut ini.

| Strategi Perusahaan | P1 | P2 | P3 |
|---------------------|----|----|----|
| C1 | 1 | 9 | 2 |
| C2 | 8 | 5 | 4 |
| C3 | 7 | 6 | 3 |

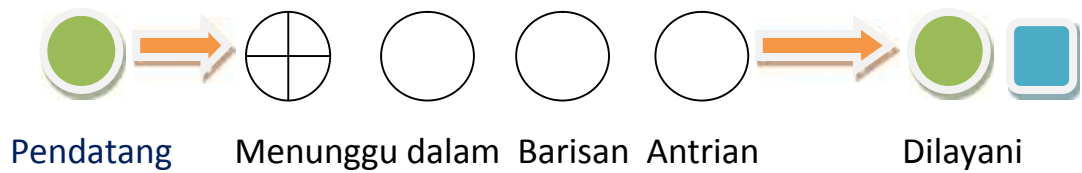
Pertanyaan : 1). Apakah titik equilibrium tercapai ? Berapa nilai titik pelana ?

2). Strategi apa yang digunakan oleh Coca cola dan Pepsi Cola ?

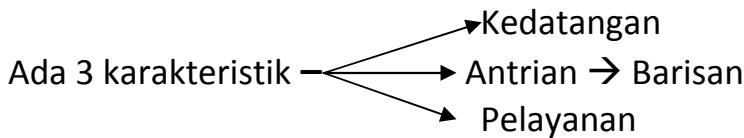
TOPIC 11 : Teori Antrian [Queuing Theory]

A. KONSEP ANTRIAN

1. Antrian adalah → Situasi barisan tunggu dimana sejumlah pendaang sedang berusaha menerima pelayanan dari fasilitas terbatas (pemberi layanan) sehingga pendaang harus menunggu beberapa waktu dalam barisan agar dapat dilayani.
2. Gambar situasi barisan tunggu untuk dilayani dapat diilustrasikan seperti gambar berikut ini :



B. Karakteristik Antrian



Ada 2 jenis ukuran kedatangan yaitu (1) Kedatangan per satuan waktu dan (2) Waktu antar kedatangan.

ASUMSI :

1. Kedatangan terjadi dengan kecepatan rerata konstan dan bebas satu sama lain yaitu : Mengikuti distribusi probabilitas Poisson.
2. Waktu layanan antar nasabah akan terdistribusi eksponensial.
3. Aturan antrian → First Come, First Served artinya barang siapa yang datang lebih dahulu maka dialah yang akan dilayani lebih dahulu.
4. Panjang antrian → (1) Definite (terbatas) → Jumlah antrian sedikit, contoh pesawat terbang mendarat dan parkir.
(2). Indefinite (tak terbatas) → Jumlah antrian banyak, contoh kantor pos dan Bank
5. Terdapat 3 (tiga) perilaku pelanggan dalam antrian yaitu bulk, renege dan patient.
 - Bulky → Pendaang keluar ruang tanpa ikut masuk barisan antrian
 - Renege → Pendaang ikut antrian dan keluar dari barisan antrian.
 - Patient → Pendaang sabar ikut barisan antrian sampai proses dilayani diloket

C. Model Antrian

1. Single Chanel, Single Phase, Contoh antrian di tempat dokter Gigi
 $O \rightarrow OOOOO \text{ -----} > O X$ [1 phase layanan]
2. Multi Chanel, Single Phase, Contoh antrian di Kantor Pos dan Bank
 $O \rightarrow OOOOO \begin{matrix} \text{-----} > O X \\ \downarrow \text{-----} > O X \end{matrix}$ [1 phase layanan]
3. Single Chanel, Multi Phase, Contoh antrian di Mc. Donald, & Dunkin
 $O \rightarrow OOOOO \text{ -----} > O X \text{ -----} > O X$ [2 phase layanan]
4. Multi Chanel Multi Phase, Contoh antrian buat SIM, dan STNK di Samsat Polisi, dan Registrasi Mahasiswa di Kampus UNJ dan UI
 $O \text{ -----} > OOOOO \text{ -----} > O X \text{ -----} > O X$
 $O \text{ -----} > OOOOO \text{ -----} > O X \text{ -----} > O X$

D. Tujuan dan Fungsi

- Untuk meminimumkan total dua Biaya, yaitu :
 1. Biaya langsung penyediaan fasilitas pelayanan
 2. Biaya tidak langsung yang timbul karena para individu harus menunggu untuk dilayani.

E. Formulasi Model Antrian [Queuing Model] \rightarrow Single Service

$$\rho = \lambda / \mu$$

$$P_0 = 1 - \lambda / \mu$$

$$P_n = P_0 (\lambda / \mu)^n$$

$$L_q = \lambda^2 / \mu \cdot (\mu - \lambda)$$

$$L_s = \lambda / (\mu - \lambda)$$

$$W_s = 1 / (\mu - \lambda)$$

$$W_q = \lambda / \mu \cdot (\mu - \lambda)$$

Keterangan Symbol :

- λ = Rerata kecepatan kedatangan (jumlah kedatangan per satuan waktu)
- $1/\lambda$ = Rerata waktu antar kedatangan
- μ = Rerata kecepatan pelayanan (jumlah satuan yg dilayani persatuan waktu bila pelayan sibuk)
- $1/\mu$ = Rerata waktu yg dibutuhkan untuk pelayanan.
- ρ = faktor penggunaan pelayanan (proporsi waktu pelayanan ketika sedang sibuk).

Keterangan Symbol :

P_n = probabilitas n satuan (kedatangan) dalam sistem.

L_q = Rerata jumlah satuan panjang antrian

L_s = Rerata jumlah satuan dalam sistem

W_q = Rerata waktu tunggu dalam antrian

W_s = Rerata waktu tunggu dalam sistem.

F. Contoh Soal – 1

Suatu kantor kas Bank Global diketahui, bahwa seorang teller dapat melayani nasabah dengan kecepatan rerata 10 nasabah per jam. Nasabah datang dengan kecepatan rerata 7 orang per jam. Kedatangan mengikuti distribusi Poisson dan pelayanan berdistribusi eksponensial. Sdr. diminta untuk menghitung :

- a). Probabilitas kedatangan dalam sistem.
- b). Rerata panjang antrian.
- c). Rerata waktu tunggu dalam antrian.
- d). Rerata waktu tunggu dalam sistem.

SOLUSI :

Contoh Soal – 1 :

Diketahui : $\mu = 10$ nasabah per jam dan
 $\lambda = 7$ nasabah per jam

Ditanyakan :

- a). $P(n = 0, 1, 2, 3, \dots) = \dots ?$
- b). $L_q = \dots ?$
- c). $W_q = \dots ?$
- d). $W_s = \dots ?$

Solusi :

a). $P_n = P_0 \left[\frac{\lambda}{\mu} \right]^n$ dimana : $P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10} = 0,30$
 $P_1 = 0,3 \left[\frac{7}{10} \right]^1 = 0,21$ dan $P_2 = 0,3 \left[\frac{7}{10} \right]^2 = 0,147$
 $P_3 = 0,3 \left[\frac{7}{10} \right]^3 = 0,1029$

b). $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{7^2}{10(10 - 7)} = \frac{49}{3} = 1,63$

c). $W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{7}{10(10 - 7)} = 0,233$

d). $W_s = \frac{1}{(\mu - \lambda)} = \frac{1}{10 - 7} = \frac{1}{3} = 0,333$

F..Contoh Soal – 2

Kapal minyak tiba di pengilangan untuk membongkar minyak mentah datang dengan rerata kecepatan 5 kapal per minggu. Waktu pelayanan kapal itu mengikuti distribusi exponen dengan rerata pelayanan 10 kapal per minggu. Sdr. diminta untuk menghitung :

- Berapakah jumlah rerata kapal yg menunggu untuk bongkar muatan minyak mentahnya ?
- Berapa lama waktu rerata kapal menunggu sebelum membawa muatan ke tempat pengilangan ?
- Berapa lama waktu total rerata (tunggu bongkar muat) yg diperlukan kapal ke tempat pengilangan ?

SOLUSI CONTOH SOAL – 2

Diketahui : Kapal Minyak Mentah : $\lambda = 5$ kapal per minggu
 $\mu = 10$ kapal per minggu

Ditanyakan : a). Jumlah rerata antrian kapal yang menunggu [Lq]
b). Rerata waktu kapal menunggu dalam antrian [Wq]
c). Rerata waktu yang diperlukan sebuah kapal di tempat pengilangan minyak

SOLUSI :

a). Jumlah rerata antrian kapal yang menunggu (Lq) :

$$Lq = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda) = \rho \times Ls$$

$$Lq = 5^2 / 10 (10 - 5) = 25 / 50 = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ kapal}$$

b). Rerata waktu kapal menunggu dalam antrian (Wq) :

$$Wq = \lambda / \mu (\mu - \lambda) = \rho \times Ws$$

$$Wq = 5 / 10 (10 - 5) = 5 / 50 = 0,1 \text{ minggu}$$

c). Rerata waktu yang diperlukan sebuah kapal di tempat pengilangan (Ws) :

$$Ws = 1 / (\mu - \lambda) = 1 / 10 - 5 = 1 / 5 = 0,2 \text{ minggu}$$

TUGAS – TUGAS :

1..Sebuah Restoran Bandar Ancol dalam melayani konsumen di dalam mobil diketahui tingkat kedatangan rerata konsumen 50 mobil per jam. Tingkat kedatangan ini mengikuti distribusi poisson. Waktu pelayanan rerata 1 (satu) menit dan mengikuti distribusi eksponensial. Coba sdr. Tentukan :

- Tingkat kegunaan bagian pelayanan restoran.
- Jumlah rerata dalam antrian.
- Jumlah rerata dalam sistem.
- Waktu menunggu rerata dalam antrian.

- e. Waktu menunggu rerata dalam sistem.
- f. Probabilitas lebih dari satu mobil dalam sistem dan lebih dari empat mobil dalam sistem

2. Jembatan timbang otomatis di Jalan Bekasi Raya mampu melayani mobil yang akan ditimbang rata – rata sebanyak 1 mobil setiap 4 menit atau 15 mobil per jam. Tingkat kedatangan mobil – mobil tersebut rata-rata 12 mobil per jam. Dari keadaan tersebut ditanyakan :

- a). Berapa banyak jumlah mobil rata – rata dalam antrian dan dalam system ?
- b). Berapa rerata waktu menunggu mobil dalam antrian ?

Rumus : khusus untuk Jembatan Timbangan : $Lq = \lambda^2 / 2\mu [\mu - \lambda]$

Dosen Koordinator MK. RO :

Dr. Ir. Raden A. Harianto, BSc., M.M.

TOPIC 12 : ANALISIS INVENTORY CONTROL

Dosen Koordinator : Dr. Ir. Raden A. Harianto, M.M.

Konsep :

-) Pengendalian persediaan bahan baku (material) dapat diselesaikan dengan economic order Quantity (EOQ)
-) EOQ → Berfungsi sebagai penyimpanan & pengadaan bahan dimana produk dibuat dalam jumlah ekonomis dan persediaan darurat bila pemakaian tinggi/ dalam jumlah besar dan tak terduga.
-) *Lead time* → Interval waktu (waktu tenggang) dimana kita sedang memesan barang hingga barang itu tiba di Gudang.
-) Barangnya tersedia pada waktu dipesan.
-) Harga = Biaya – [biaya pesan + biaya simpan]

A. Jumlah Barang Tiap Pesanan Yang Paling Ekonomis

-) Jumlah barang dihitung dengan Economic order Quantity atau Economics Batch Quantity (EBQ) → Q_{ek}
-) $Q_{ek} = \sqrt{(2 \times S \times D) / (i \% \times P)}$
-) **Biaya pengadaan** : $TC = i.P.Q/2 + D.S / Q$
-) **Keterangan** :
 - TC = Biaya pengadaan termurah (paling ekonomis)
 - Frekuensi pesanan = D / Q kali
 - Persediaan bahan rerata = $Q / 2$
 - Interval waktu (t) = Q / D
 - Q = Jumlah barang tiap pesanan paling ekonomis
 - D = Jumlah kebutuhan bahan tiap tahun
 - S = Set – up cost → Biaya pesanan
 - I = Inventory cost (%) tiap tahun (% biaya simpan per tahun)
 - P = Price per unit (harga tiap barang)

B. Re – Order Point

Misalnya kebutuhan bahan per minggu diketahui = 100 unit, Lead time = 3 minggu Safety stock = 20 % dari kebutuhan selama lead time, maka

Re – Order Point = $(3 \times 100) + 20 \% (3 \times 100) = 360$ unit.

C. Contoh Soal :

Perusahaan PT. ABC membutuhkan barang 50 unit per bulan dengan harga barang \$ 6 per pcs dan biaya pesan \$ 10 setiap kiriman, sedangkan

nilai simpanan barang 20 % per pcs tiap barang. Sdr diminta untuk menghitung :

- a). Berapa jumlah barang setiap pesanan yg paling ekonomis ?
- b). Berapa biaya pengadaan yg paling murah ?
- c). Hitung frekuensi pesanan & interval waktu !
- d). Re-Order point, bila safety stock 20 % dari kebutuhan selama Lead time.

SOLUSI SOAL C :

Diketahui PT. ABC memiliki Asset sebagai berikut :

$D = 50 \text{ unit / bulan} \times 12 = 600 \text{ unit per tahun}$

$P = \text{US \$ } 6 \text{ per pcs.}$

$S = \text{US \$ } 10 \text{ per kiriman (delivery order)}$

$I = \text{Inventory} = 20 \% = 0,2 \text{ per pcs}$

Ditanyakan : a). $Q_{ec} = \dots ? \text{ pcs}$

b). $T_c = \text{US \$ } \dots ?$

c). Frekuensi order = x pesan / tahun

d). Re - Order Point = ... ?

Solusi :

a). $Q_{econ} = \sqrt{[2 \times S \times D] / [i \% \times P]} = \sqrt{[2 \times 10 \times 600] / (0,2 \times 6)} = \sqrt{10000} \text{ pcs}$

$Q_{ec.} = 100 \text{ pcs.}$

b). $T_c = [i \% \times P \times Q/2] + [S \times D / Q] = [0,2 \times 6 \times 100/2] + [10 \times 600 / 100]$

Biaya pengadaan (T_c) = \$ 60 + \$ 60 = US \$ 120,-

c). Frekuensi = $D / Q = 600 / 100 = 6 \text{ x pesan per tahun.}$

d). Re - Order Point = $[100 \% + 20 \%] \times 50 \text{ pcs per bulan} = 60 \text{ pcs}$

SOAL TUGAS - 1

PT. Argopantes beli bahan baku cotton Rp 750.000 per unit untuk pembelian diatas 100 unit. Untuk pembelian kurang dari 100 unit adalah Rp 1000.000 dengan biaya perawatan 25 % dari harga penyimpanan per tahun, ditetapkan bahwa jumlah permintaan bahan baku 1000 unit per tahun. Jika biaya delivery diketahui Rp 200.000 Coba sdr hitung :

a). Economics order Quantity.

b). Total cost optimum.

c). Frekuensi pesanan.

d). Re-Order point jika diket stock min. 150 unit Lead time 2 minggu dan 1 thn/ setahun = 300 hari kerja.

SOAL TUGAS 2

Pabrik Elektronik Samsung beli 8.000 modem tiap tahun. Harga modem \$ 10 per unit dan maintenance cost \$ 3 per unit per tahun. Biaya pesan \$ 30,- tiap pesan jika diketahui waktu kerja dalam setahun 200 hari. Coba sdr hitung:

- Berapa unit pesanan yg paling ekonomis ?
- Berapa kali pesan dalam setahun ?
- Tentukan Total cost ?
- Re-order point, jika lead time 3 hari, lengkapi gambar inventory sdr.

$$\begin{aligned} \text{Total Cost : SHC + DC} &= [i \% \times P \times Q/2] + [S \times D / Q] = \$ \dots ? \\ &= [(\text{Mant.Cost} + \text{Price/unit}) \times Q/2] + [S \times D/Q] = \$ \dots ? \end{aligned}$$

$$Q_{ek} = \sqrt{\frac{2 \times S \times D}{(Mc + P)}} = \dots \text{ unit}$$

TOPIC 13 : Analisis Net Work [C.P.M & PERT]

Dosen Koord.: Dr. Ir. Raden A Harianto, BSc., M.M.

1..Konsep :

Net Work Planning merupakan perencanaan jaringan kerja yang meliputi :

13.1. Critical Path Method (C.P.M)

13.2. Program Evaluation Review and Technique (PERT)

Penjadwalan waktu proyek agar pengawasan dan semua kegiatan berjalan secara sistematis sehingga diperoleh efisiensi kerja maka dapat dilakukan melalui prosedur :

13.1. CPM yaitu : Critical Path Method dimana CPM berusaha mengoptimalkan biaya total (overhead & activity cost) untuk jangka waktu selesainya sebuah pekerjaan proyek atau bisnis yang bisa dicapai.

13.2. Program Evaluation and Review Technique (PERT). Program ini menggunakan 3 waktu estimasi yaitu :

1. waktu paling optimis (to)

2. waktu paling realistis (tr)

3. waktu paling pesimis (tp)

Rumus : $ET = \frac{To + 4 Tr + Tp}{6}$ dimana : ET = Expected Time

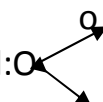
2. Manfaat Analisis Net Work

Analisis Network bisa digunakan untuk merencanakan proyek antara lain :

- Pembangunan rumah, jalan atau jembatan.
- Kegiatan penelitian
- Reparasi dan pemasangan mesin pabrik
- Kegiatan advertensi / periklanan
- Pembuatan kapal, pesawat terbang.
- Kegiatan – kegiatan penataran.

3. Pembuatan Net Work

- Dalam net work dikenal istilah *Events* → peristiwa / kejadian, dan aktivitas → kegiatan.
- Activity* → Suatu pekerjaan / tugas yg perlu periode waktu, biaya, serta fasilitas tertentu dengan simbol : -----> Arrow
- Event* → Permulaan (start) atau berakhir (finish) dari suatu kegiatan dan diberi simbol O lingkaran (Nodes).
- Pekerjaan* : A B
- Seri* : O----->O----->O Paralel: O



4. Faktor – Faktor yang Mempengaruhi Proyek Sukses [Selesai Kerja tepat waktu yang ditentukan], Yaitu :

- Waktu
- Kegiatan atau aktivitas.
- Tenaga dan Peralatan Fasilitas'
- Biaya (cost).

Contoh Soal – 1 : Kasus PERT

Diketahui suatu proyek mercu Suar dengan net work :



- a). Expected Time ?
 b). Lama Proyek selesai ?

Solusi :

a). Expected Time = $\frac{T_p + 4 T_r + T_o}{6} = ET_A + ET_B = \dots\dots ?$

Expected Time (A) = $\frac{2 + (4 \times 3) + 4}{6} = \frac{18}{6} = 3$ bulan

Expected Time (B) = $\frac{4 + (4 \times 6) + 8}{6} = \frac{36}{6} = 6$ bulan

b). Lama waktu proyek Mercusuar selesai = 9 bulan

Contoh Soal 2 : Kasus CPM

Suatu proyek listrik Cicodot memiliki jaringan kerja (Net Work) diketahui data Seperti pada tabel berikut :

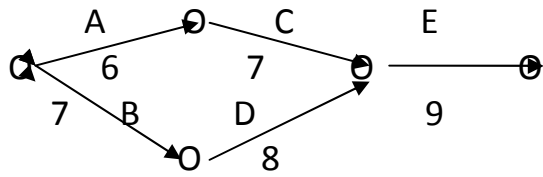
| Aktivitas | Waktu (Bulan) | Yg Mendahului |
|-----------|---------------|---------------|
| A | 6 | - |
| B | 7 | - |
| C | 7 | A |
| D | 8 | B |
| E | 9 | C dan D |

Pertanyaan :

- a). Gambarkan diagram net work melalui Critical Path Method (CPM)
 b). Tentukan & tunjukkan jalur kritisnya lewat garis putus-putus warna merah
 c). Berapa lama waktu proyek listrik Cicidot itu selesai ?

Solusi Contoh Soal CPM :

a). Gambar Sket Net Work :



Alternatif Jalur :

- 1). Jalur ACE = 6 + 7 + 9 = 22 bulan
- 2). Jalur BDE = 7 + 8 + 9 = 24 bulan → Jalur kritis : BDE

b). Jadi diperoleh jalur kritis nya adalah BDE (gambaran garis putus-2) warna merah gambar diagram net work harap dilukis.

c). Lama waktu proyek Listrik Cicodot selesai adalah 24 bulan

Tugas 1 :

Perusahaan Furnitur PT. Modal Dengkul akan memindahkan kantor pemasarannya ke lokasi baru dengan estimasi waktu proyek sbb :

| ELEMEN KEGIATAN | KEGIATAN PENDAHULUAN | ESTIMASI WAKTU (hari) |
|-------------------------------|----------------------|-----------------------|
| A. Menyusun Renc. tata Letak | - | 4 |
| B. Pilih & Pesan Furniture | A | 12 |
| C. Pasang sistem Komunikasi | A | 8 |
| D. Menata Furniture | B | 4 |
| E. Mengangkut Barang – barang | C | 4 |
| F. Menata Barang – Barang | D, E | 6 |
| G..Pemindahan Personal | F | 2 |

Pertanyaan :

- a). Gambarkan diagram net work lengkap.
- b). Berapa lama waktu proyek furnitur PT. Modal Dengkul selesai ?
- c). Tentukan gambar line dan jalur kritisnya.

Tugas 2 :

Diketahui Kegiatan proyek IPAL PT. Diantex dengan data :

| KEGIATAN | KEGIATAN PENDAHULUAN | WAKTU (Mnggu) |
|-----------------------------|----------------------|---------------|
| A. Perancangan Sistem | - | 10 |
| B. Pembuatan Saluran Air | A | 8 |
| C. Pembuatan Pondasi | A | 9 |
| D. Pemesanan Mesin | A | 12 |
| E. Pasang Instalasi Listrik | C | 6 |
| F. Pemasangan PIPA | B, C | 7 |
| G. Pemasangan Mesin | D, E | 8 |
| H. Finishing & Start Up | F, G | 4 |

Pertanyaan : a. Gambarkan diagram Net Work.

b. Tunjukkan Lintasan kritisnya !

c. Berapa lama waktu Proyek IPAL itu selesai ?

Topic 14 : Analisis Network Model PERT

Dosen Pengampu : Dr. Ir. Raden A Harianto, BSc., MM.

A. Konsep Analisis Network PERT

PERT merupakan singkatan dari Program Evaluation and Review Technique (teknik menilai dan meninjau kembali program). Teknik PERT adalah metode yang bertujuan untuk sebanyak mungkin mengurangi adanya penundaan, maupun gangguan produksi, serta mengkoordinasikan berbagai bagian pekerjaan secara menyeluruh dan mempercepat selesainya proyek. Teknik ini memungkinkan dihasilkannya suatu pekerjaan yang terkendali karena jadwal dan anggaran dari suatu pekerjaan telah ditentukan terlebih dahulu sebelum dilaksanakan.

Tujuan dari PERT adalah pencapaian suatu taraf tertentu dimana waktu merupakan dasar penting dari PERT dalam penyelesaian kegiatan bagi suatu proyek. Metode PERT digunakan dalam peranan yang sangat penting bukan hanya dalam hal peningkatan akurasi penentuan waktu akan tetapi juga dalam hal pengkoordinasian dan pengendalian kegiatan yang bervariasi dan bergantung pada banyak faktor. Dengan kata lain PERT merupakan masalah variabilitas waktu aktivitas saat melakukan penjadwalan proyek.

B. Metode Perhitungan PERT dan CPM

Metode perhitungan CPM dan PERT dilakukan dengan :

1. Menggambarkan network suatu proyek sesuai jalur pada masing-masing proyek.
2. Mengestimasi waktu masing-masing aktivitas.
3. Menganalisis seluruh diagram network untuk menentukan waktu terjadinya masing-masing kejadian.
4. Menentukan jalur kritis

Untuk menentukan lintasan kritis diperlukan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Perhitungan Maju (forward computation).

Pada perhitungan maju, perhitungan bergerak mulai dari initial event menuju ke terminal event.

Tujuannya ialah menghitung saat yang paling cepat ter event dan saat paling cepat dimulainya serta diselesaikannya aktivitas-aktivitas (TE, ES, dan EF).

b. Perhitungan Mundur (backward computation).

Pada perhitungan mundur, perhitungan bergerak dari terminal event menuju ke initial event.

Tujuannya ialah untuk menghitung saat paling lambat ter event dan saat paling lambat dimulainya dan diselesaikannya aktivitas-aktivitas (TL, LS, dan LF).

c. Perhitungan kelonggaran waktu (float atau sl_{float} memberikan sejumlah kelonggaran waktu dan elastisitas pada sebuah jaringan kerja, ini dapat dipakai pada waktu penggunaan jaringan kerja dalam dan memungkinkan digunakan pada waktu

C. Persamaan dan Perbedaan Model PERT dan CPM

Persamaan antara metode PERT dan CPM adalah :

- a. Sama-sama membentuk lintasan dari suatu kegiatan.
- b. Membutuhkan waktu dalam pelaksanaan kegiatan
- c. Sama-sama digunakan untuk menangani suatu proyek.
- d. Harus melaksanakan pendataan waktu setiap operasi sehingga dapat menggunakan waktu semaksimal mungkin dan dengan pembiayaan yang seminimum mungkin.

Pada prinsipnya yang menyangkut perbedaan PERT dan CPM adalah sebagai berikut :

- a. PERT digunakan pada perencanaan dan pengendalian proyek yang belum pernah dikerjakan, sedangkan CPM digunakan untuk menjadwalkan dan mengendalikan aktivitas yang sudah pernah dikerjakan sehingga data, waktu dan biaya setiap unsur kegiatan telah diketahui oleh evaluator.
- b. Pada PERT digunakan tiga jenis waktu pengerjaan yaitu yang tercepat, terlama serta terlayak, sedangkan pada CPM hanya memiliki satu jenis in waktu pengerjaan yaitu waktu yang paling tepat dan layak untuk menyelesaikan suatu proyek.
- c. Pada PERT yang ditekankan tepat waktu, sebab dengan penyingkatan waktu maka biaya proyek turut mengecil, sedangkan pada CPM menekankan biaya.
- d. Dalam PERT anak panah menunjukkan tata urutan (hubungan presedential), sedangkan pada CPM tanda panah adalah kegiatan.

D. Contoh Kasus / Perhitungan

1. Contoh soal metode CPM

Suatu pabrik pembangkit tenaga listrik direncanakan untuk dibangun dimana proyek tersebut terdiri dari beberapa aktivitas. Aktivitas pertama adalah merancang pabrik kemudian dilanjutkan dengan memilih lokasi, memilih pemasok, pegawai, dll. Sehingga urutan aktivitas dan penyelesaian aktivitas dirangkum sebagai berikut :

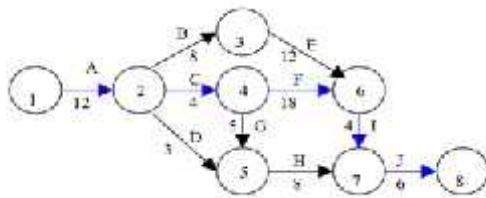
| Aktivitas | Aktivitas yang mendahului | Waktu penyelesaian aktivitas (bulan) |
|-------------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| A Merancang pabrik | - | 12 |
| B Memilih lokasi | A | 8 |
| C Memilih pemasok | A | 4 |
| D memilih pegawai | A | 3 |
| E Mempersiapkan lokasi | B | 12 |
| F Mempersiapkan generator | C | 18 |
| G Mempersiapkan penangkal api | C | 5 |
| H Memilih operator | D,G | 8 |
| I Memasang generator | E,F | 4 |
| J Merapatkan busi | H,I | 6 |

Pertanyaan :

- Gambarkan diagram Network
- Tentukan jalur kritisnya (Selesaikan dengan menggunakan metode CPM) :

Solusi :

- Diagram Network model CPM :



- Penentuan jalur kritis dari kasus di atas ditentukan dari perhitungan penjumlahan waktu terlama setiap jalur, yakni :

$$A - B - E - I - J = 12+8+12+4+6 = 42$$

$$A - C - F - I - J = 12+8+18+4+6 = 44$$

$$A - C - G - H - J = 12+4+5+8+6 = 35$$

$$A - D - H - J = 12+3+8+6 = 29$$

Sehingga jalur kritisnya adalah A-C-F-I-J (warna biru), karena memiliki jalur kritis dengan nilai paling besar. Pemilihan jalur kritis dilakukan pada jalur yang memiliki nilai paling besar karena dengan nilai paling besar menggambarkan waktu paling tepat dan layak yang digunakan untuk menyelesaikan suatu jalur dimana jalur tersebut terdapat beberapa stasiun-stasiun. Pada waktu terlama yang digunakan untuk menyelesaikan satu jalur menyatakan bahwa seluruh metode yang telah tercover. Sehingga apabila pada suatu jalur yang memiliki waktu tercepat telah dapat tercover juga. Apabila dipilih jalur kritis yang memiliki waktu tercepat maka tidak semua metode yang ada dapat tercover oleh waktu yang tersedia.

2. Contoh soal Network model PERT

Pada suatu Perseroan Terbatas PT. TERANG MAKMUR diketahui memiliki data sebagai berikut :

| No. | Kegiatan | Kegiatan Sebelumnya | Waktu Optimis (to) | Waktu Realistis (tr) | Waktu Pesimis (tp) |
|-----|----------|---------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| 1. | A | - | 1 | 1 | 1 |
| 2. | B | A | 3 | 6 | 8 |
| 3. | C | A | 4 | 5 | 6 |
| 4. | D | A | 2 | 3 | 4 |
| 5. | E | A | 9 | 9 | 15 |

| | | | | | |
|-----|---|-------|---|---|---|
| 6. | F | B | 7 | 8 | 8 |
| 7. | G | B | 4 | 7 | 9 |
| 8. | H | C | 1 | 3 | 9 |
| 9. | I | D | 5 | 6 | 7 |
| 10. | J | F,G,H | 3 | 4 | 8 |
| 11. | K | E,I,J | 2 | 3 | 7 |

Keterangan :

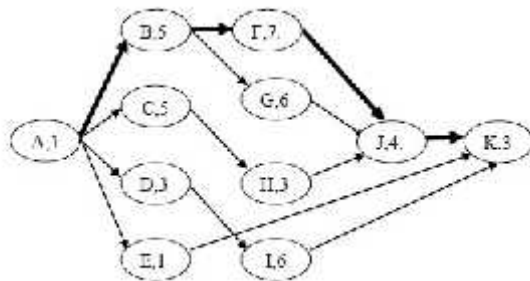
Untuk hasil perhitungan waktu perkiraan (t) didapatkan dengan menggunakan rumus

Pertanyaan :

a. Gambarkan Network model PERT

b. Tentukan jalur kritisnya dengan menggunakan perhitungan ES, EF, LS, LF, dan S (selesaikan dengan menggunakan metode PERT) :

a. Network Model PERT :



b. Penentuan jalur kritis

Penentuan jalur kritis dari kasus di atas ditentukan dari perhitungan penjumlahan waktu terlama setiap jalur, yakni:

$$A-B-F-J-K = 1 + 5,83 + 7,83 + 4,5 + 3,5 = 22,67$$

$$A-D-G-7-K = 1 + 5,83 + 6,83 + 4,5 + 3,5 = 21,66$$

$$A-C-H-J-K = 1 + 5 + 3,67 + 1,5 + 3,5 = 17,67$$

$$A-D-I-K = 1 + 3 + 6 + 3,5 = 13,5$$

$$A-E-K = 1 + 10 + 3,5 = 14,5$$

| No. | Kegiatan | Kegiatan Sebelumnya | Waktu Aktivitas | ES | EF | LS | LF |
|-----|----------|---------------------|-----------------|-------|-------|-------|-------|
| 1. | A | - | 1.00 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 2. | B | A | 5.83 | 1 | 6.83 | 1 | 6.83 |
| 3. | C | A | 5.00 | 1 | 6 | 6 | 11 |
| 4. | D | A | 3.00 | 1 | 4 | 10.17 | 13.17 |
| 5. | E | A | 10.00 | 1 | 11 | 9.17 | 19.17 |
| 6. | F | B | 7.83 | 6.83 | 14.67 | 6.83 | 14.67 |
| 7. | G | B | 6.83 | 6.83 | 13.67 | 7.83 | 14.67 |
| 8. | H | C | 3.67 | 6 | 9.67 | 11 | 14.67 |
| 9. | I | D | 6.00 | 4 | 10 | 13.17 | 19.17 |
| 10. | J | F,G,H | 4.50 | 14.67 | 19.17 | 14.67 | 19.17 |
| 11. | K | E,I,J | 3.50 | 19.17 | 22.67 | 19.17 | 22.67 |

Keterangan :

Rumus perhitungan ES, EF, LS, LF dan S :

ES = Early Start (Waktu mulai aktivitas paling awal)

EF = Early Finish = ES+t (Waktu penyelesaian aktivitas paling awal) LS = Late Start = LF-t (Waktu mulai aktivitas paling akhir)

LF = Late Finish = LS+t (Waktu penyelesaian aktivitas paling akhir) S = Slack = LF – EF or LS – ES (Waktu mundur aktivitas) sehingga jalur kritisnya A-B-F-J-K dengan lama waktu 22,67 bulan.

waktu pengerjaan yaitu yang tercepat, terlama serta terlayak, sedangkan pada CPM memiliki satu jenis informasi waktu pengerjaan yaitu waktu yang paling tepat dan layak untuk menyelesaikan suatu proyek. Pada waktu terlama yang disusun untuk menyelesaikan satu jalur menyatakan bahwa seluruh metode yang ada telah tercover. Sehingga apabila pada suatu jalur yang memiliki waktu tercepat dapat tercover juga. Apabila dipilih jalur kritis yang memiliki waktu tercepat maka tidak semua metode yang ada dapat tercover oleh waktu yang tersedia.

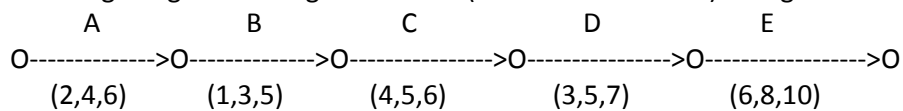
Referensi :

Dimiyati, T dan Dimiyati, A. 1999. Operation Research Model-model Pengambilan Keputusan. Bandung: Sinar Baru Algesindo. Hiller, F.S. 1990. Pengantar Riset Operasi. Jakarta : Erlangga.

TUGAS :

Untuk mengerjakan tugas PERT ini anda bisa mempelajari Topic 13 : Analisis Network pada contoh soal dalam menghitung Expected Time untuk kegiatan A dan B.

Soal Tugas PERT : Diketahui PT. Cicodot Konsultan mengerjakan Proyek jalan Tol Cilenyi di Bandung dengan data kegiatan waktu (dalam satuan bulan) sebagai berikut :



Pertanyaan:

- Tentukan expected time kegiatan A, B, C, D, dan E.
- Berapa lama waktu proyek jalan Tol Cilenyi Bandung dapat diselesaikan ?

Expected Time = $\frac{t_o + 4t_r + t_p}{6} = \dots$ hari / minggu / bulan Misalnya : $E_t-A = \frac{2 + 4.4 + 6}{6} = \frac{24}{6} = 4$ hari

TOPIC 15 : Analisis Pengukuran Kerja

Assoc. Prof. Dr. Ir. Raden A Harianto, MM.

Dalam merencanakan operasi berapa kebutuhan staf untuk menyelesaikan tugas atau pekerjaan ? Berapa orang yg dibutuhkan ? Satu orang dapat mengerjakan berapa banyak tugas pekerjaan ? atau satu pekerjaan memerlukan berapa orang ? Untuk inilah perlu diukur standar tenaga kerja (SDM).

Time Study → Standar tenaga kerja berdasarkan observasi terhadap karyawan yang melakukan tugas. Faktor yg diamati adalah sampel tugas / pekerjaan yaitu waktu rata – rata

Ada 8 tahap yg diperlukan untuk melakukan studi waktu, yaitu :

1. Definisikan tugas yang akan dipelajari.
2. Pilihlah tugas-tugas kedalam elemen yang tepat
3. Berapa kali elemen pekerjaan itu harus diukur
4. Tentukan waktu & bobot untuk masing-masing elemen tugas.
5. Hitung waktu siklus rerata yang aktual.
6. Hitung waktu Normal masing-masing tugas elemen :

$$\text{Waktu Normal} = \frac{(\text{waktu total}) \times (\% \text{waktu kerja}) \times (\text{bobot})}{\text{Jumlah Unit yang diproduksi}}$$

Jumlahkan waktu normal masing-2 elemen untuk memperoleh waktu normal total dalam sebuah tugas.

7. Hitung waktu standar :

$$\text{Waktu Standar} = \frac{\text{Waktu Normal Total}}{1 - \text{Faktor Allowance}}$$

Faktor Allowance meliputi : (1) Personel Time Allowance, (2) Delay Allowance, dan (3) Fatigue Allowance

A. Contoh Work Sampling

Suatu studi tentang work sampling dilakukan selama 80 jam (atau 4800 menit) dalam periode 2 minggu menghasilkan data sbb :

Jumlah bagian yg dihasilkan adalah 225 unit oleh seorang operator yang punya performansi 100 %.

Waktu menganggur operator adalah 20 %

Total allowance yg diberikan perusahaan 25 %
Hitunglah berapa waktu standar ?

A1. Contoh Solusi :

$$\text{Waktu Normal} = \frac{(4800 \text{ menit}) \times (80\%) \times (100\%)}{225}$$

$$\text{Waktu Normal} = 17,07 \text{ Menit / Unit}$$

$$\text{Waktu Standar} = \frac{17,07}{1 - 0,25}$$

$$* \text{ Waktu Standar} = 22,76 \text{ menit / unit}$$

B..SOAL TUGAS :

Suatu work sampling dilakukan terhadap 160 jam kerja yang telah memproduksi hasil sebagai berikut :

Unit yang diproduksi 220

Waktu menganggur 20 %

Bobot performansi 90 %

Allowance Time 10 %

Tentukan berapa waktu standar kerja ?

C..KISI-KISI Materi Untuk Latihan Soal UAS

1. Sebuah perusahaan PT. Angin Ribut Jumlah 4 pegawai A, B, C, D mengerjakan 3 pekerjaan : I, II, dan III Apa saran anda agar kondisi lingkungan kerja menjadi balance dengan membuat tabel contoh dummy.

2. Jelaskan apa perbedaan antara **Pure Game Theory** dengan **Mixed Game theory** ditinjau dari nilai permainan (Titik pelana / balance) ?

3. Apa bedanya antara distribusi pada Nasabah bank dengan distribusi pelayan Teller / Customer service ?

4. Faktor – faktor apa yang dapat mempengaruhi perubahan besarnya EOQ (jumlah pesanan yg ekonomis) atau Qek ?

$$\text{EOQ} = \sqrt{\frac{2 \times S \times D}{i \% \times P}}$$

5. Model Network mana yang dapat membuat estimasi peluang sukses dan gagal proyek lewat statistik probabilitas apakah PERT ataukah CPM ? Why ?
6. Bagaimana membuat Analisis Pengukuran kerja agar Karyawan dapat memberikan hasil kerja (Kinerja) lebih efisien ?
7. Apa yang dimaksud dengan “Queuing Analysis” (Analisis Antrian) ?
8. Jelaskan pengertian sistem jalur tunggu server tunggal dan multipel ?
9. Gambarkan sistem jalur *Single Channel Multi Phase* dan *Multi Channel Single Phase* dan Berikan Contohnya masing-masing !
10. Jelaskan pengertian **PERT dan CPM** secara (1) **Simultan**, dan (2) **Parsial** ?
11. Berikan contoh **Penerapan** PERT dan CPM dilengkapi dengan gambar sket *Net Work*.
12. Kisi-kisi materi dan Soal-Soal latihan untuk UAS Semester Genap :

Analisis Antrian (Queuing Analysis)

Analisis Antrian adalah

- (1) Analisis probabilistik dari jalur tunggu, bukan teknik determinasi. Hasil dari analisa antrian bersifat probabilistik. Statistik dari operasi ini misalkan : waktu rata-rata seseorang harus menunggu dalam jalur untuk dilayani, digunakan untuk mengambil keputusan oleh manager dari operasi yang mengandung antrian.
 - (2) Faktor yang mempengaruhi adalah disiplin antrian, populasi pelanggan, tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan.
- a. **Sistem jalur tunggu server tunggal** adalah
 - (1) Bentuk paling sederhana dari sistem antrian.
 - (2) Dalam sistem ini, kombinasi antara mesin kasir dan tempat kasir adalah server (fasilitas pelayanan) dan para pelanggan yang menunggu giliran yang membentuk suatu baris disebut waiting line atau antrian (queue).
 - (3) Populasi pelanggan yang tidak terbatas.
 - (4) Disiplin antrian “pertama datang, pertama dilayani”.
 - (5) Tingkat kedatangan Poisson
 - (6) Waktu pelayanan eksponensial
 - b. **Sistem jalur tunggu server multipel** adalah
 - (1) Baris antrian tunggal yang dilayani oleh lebih dari satu pelayanan atau dua atau lebih server independen paralel melayani satu jalur tunggu.

- (2) Contoh :
- Penerapan sistem ini terdapat pada bank yang ada bagian tertentu menangani pertanyaan atau pengaduan dari customer.
 - Gerai tiket pesawat terbang
 - Kantor pos
- (3) Parameter model pelayanan multipel adalah tingkat kedatangan, tingkat pelayanan, jumlah pelayan dan rata-rata pelayanan efektif sistem tersebut

C. 1. Single Chanel, Multi Phase :

O ----> OOOOO ----> OX ----> OX Artinya Antrian satu jalur dengan 2 tahap layanan, Contoh : Antrian di Mc. Donald, dan di Dunkin Donat, dan Poli klinik Medika atau Rumah Sakit.

C.2. Multi Channel Single Phase :

O -----> OOOOO -----> OX
 O -----> OOOOO -----> OX Artinya antrian 2 atau lebih jalur dengan 1 tahap layanan Contoh : Antrian di Bank, Kantor Pos, dan Cinemax 21

A. Pengertian :

Secara Simultan menggunakan PERT dan CPM

- 1) Metode yang dapat digunakan untuk membuat perencanaan, skedul dan proses pengendalian suatu proyek. Penerapannya perlu ditetapkan terlebih dahulu kegiatan-kegiatan yang akan dilakukan dalam suatu proyek dan menyusunnya dalam bentuk jaringan. Jaringan menunjukkan saling hubungan antara satu kegiatan dengan kegiatan lain.
- 2) Kegiatan-kegiatan tersebut akan menentukan selesainya suatu proyek, artinya proyek dianggap selesai, jika seluruh kegiatan tersebut sudah selesai. Dari seluruh rangkaian kegiatan tersebut, akan ada suatu kegiatan yang harus diselesaikan lebih dahulu sebelum kegiatan lain dapat dimulai. Kegiatan yang harus lebih dahulu dilakukan sebelum kegiatan lain dapat dimulai. Kegiatan yang harus lebih dahulu dilakukan daripada kegiatan lain disebut *predecessor*.

Secara Parsial Menggunakan :

1) PERT (Program Evaluation and Review Tehnique)

- (a) Model jaringan yang dapat membantu pembuatan skedul suatu proyek yang mengandung banyak kegiatan. Dalam kasus dimana lama kegiatan tidak diketahui dengan pasti, PERT dapat digunakan untuk mengestimasi kemungkinan lama proyek dapat diselesaikan.
- (b) Asumsi yang digunakan dalam PERT adalah berapa lama waktu suatu kegiatan tidak tergantung satu sama lain. Penentuan lama waktu ditentukan waktu yang paling pesimis (terlama) dan optimus (tercepat) untuk setiap kegiatan. Hal ini karena adanya ketidakpastian yang dihadapi dalam penyelesaian suatu kegiatan yang dinyatakan dalam suatu varians. Semakin kecil varians menunjukkan semakin pasti suatu kegiatan dapat diselesaikan. Apabila jaringan sudah sedemikian besar, maka penentuan lama penyelesaian suatu proyek dapat dilakukan melalui proses forward pass dan backward pass.
- (c) Tujuan akhir PERT/Biaya adalah mencapai tujuan pengendalian biaya atau memberikan informasi yang dapat digunakan untuk mempertahankan biaya proyek dalam anggaran tertentu (Overrum atau Underrum).

2) CPM

- (a) Model jaringan yang dapat membantu pembuatan skedul suatu proyek yang mengandung banyak kegiatan. Sebaliknya bila lama kegiatan diketahui dengan pasti, maka CPM juga dapat digunakan untuk menentukan berapa lama suatu kegiatan dalam proyek dapat ditunda tanpa mengganggu waktu penyelesaian seluruh proyek.
- (b) CPM membawa konsep biaya lebih tegas ke dalam proses perencanaan dan pengontrolan. Jika waktu dapat diketahui dengan lebih pasti dan biaya dapat dihitung di awal, maka CPM lebih unggul dibandingkan dengan PERT.
- (c) Metode CPM memberikan estimasi normal dan estimasi crash, dimaksudkan untuk menemukan kegiatan-kegiatan pada jalur kritis dimana waktu dapat dipercepat dengan pengeluaran paling minimum sehingga efisien proyek dapat dicapai dalam hal waktu dan biaya.

B.Penerapan PERT dan CPM :

Metode ini banyak berhasil diterapkan pada banyak kasus manajemen. Berbagai penerapan yang telah berhasil menggunakan metode ini antara lain adalah
Pembuatan skedul proyek konstruksi bangunan, jalan raya dan pabrik.
Pemeliharaan peralatan yang besar dan kompleks.
Pembuatan desain dan pemrosesan pengembangan produk baru.
Pemindahan penduduk dari satu lokasi ke lokasi lain.
Pembuatan desain dan instalasi sistem baru
Pembuatan kapal dan pesawat terbang.

Contoh Penerapan Diagram PERT :

Diketahui suatu proyek mercu Suar dengan net work :

A (2,3,4) B(4,6,8) Gambarkan Net work
O----->O----->O Hitunglah :
a). Expected Time ?
b). Lama Proyek selesai ?

Solusi :

$$a). \text{ Expected Time} = \frac{T_p + 4 T_r + T_o}{6} = ET_A + ET_B = \dots\dots ?$$

$$\text{Expected Time (A)} = \frac{2 + (4 \times 3) + 4}{6} = \frac{18}{6} = 3 \text{ bulan}$$

$$\text{Expected Time (B)} = \frac{4 + (4 \times 6) + 8}{6} = \frac{36}{6} = 6 \text{ bulan}$$

$$b). \text{ Lama waktu proyek Mercusuar selesai} = 9 \text{ bulan}$$

Contoh Penerapan Diagram CPM :

O----->O----->O
A(3mg) B(4mg) maka proyek selesai (3 + 4) minggu = 7 minggu.

1. Game Theory

| | Col strat 1 | Col strat 2 | Col strat 3 | Col strat 4 | Col strat 5 | Row Minimum | Maximin |
|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------|
| A | 8 | 2 | 4 | 7 | 0 | 0 | 4 |
| B | 4 | 8 | 9 | 9 | 11 | 11 | |
| C | 1 | 8 | 2 | 4 | 0 | 2 | 2 |
| Column Maximum | 0 | 8 | 9 | 9 | 11 | | |
| Minimax | | | -2 | | | | |
| Value=-2 | | | | | | | |

| | Col strat 1 | Col strat 2 | Col strat 3 | Col strat 4 | Col strat 5 | Row Mix |
|------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------|
| A | 8 | 2 | -4 | 7 | 0 | 0 |
| B | 4 | -9 | -9 | 9 | -11 | 0 |
| C | -1 | 3 | -2 | 4 | 0 | 1 |
| Column Mix | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| Value of game (to row) | -2 | | | | | |

2. Soal Assignment

Berikut adalah data Biaya dari operasional 3 manajer penjualan di 4 kota

| wilayah | Bandung | Yogya | Makasar | Surabaya |
|-----------|---------|-------|---------|----------|
| John Doe | 6 | 8 | 4 | 6 |
| Bill Gate | 4 | 5 | 6 | 7 |
| William | 7 | 9 | 3 | 5 |

Pertanyaan :

- Tentukan Manajer mana dan pergi ke kota mana agar biaya operasional perusahaan mencapai minimum ?
- Kota manakah yang tidak dikunjungi oleh Manager ?

Jawaban Assignment

| Optimal cost = \$13 | Bandung | Yogya | Makasar | Surabaya |
|---------------------|----------|----------|----------|----------|
| Anto | 6 | 8 | Assign 4 | 6 |
| Bono | Assign 4 | 5 | 6 | 7 |
| Dino | 7 | 9 | 3 | Assign 5 |
| Dummy | 0 | Assign 0 | 0 | 0 |

| Marginal Costs | | | | |
|----------------|---------|-------|---------|----------|
| | Bandung | Yogya | Makasar | Surabaya |
| Anto | | 2 | | 0 |
| Bono | | 1 | 4 | 3 |
| Dummy | 2 | 4 | | |

| Assignment List | | |
|-----------------|-------------|------|
| JOB | Assigned to | Cost |
| Anto | Makasar | 4 |
| Bono | Bandung | 4 |
| Dino | Surabaya | 5 |
| Total | | 13 |

3. **PT. Bhayangkara**, sebuah perusahaan konsultan mempunyai 3 klien baru. Perusahaan bermaksud menugaskan 4 orang konsultannya. Kemungkinan penugasan dan perkiraan waktu penyelesaian (dalam Hari) bagi tiap proyek yang diajukan oleh masing-masing klien adalah sbb. :

| Konsultan | Klien (dlm Hari) | | |
|---------------|------------------|----|----|
| | A | B | C |
| Sinta | 10 | 16 | 32 |
| Ridwan | 14 | 22 | 40 |
| Agus | 22 | 24 | 34 |
| Anisa | 14 | 18 | 36 |

Jawaban :

Untuk menentukan penyelesaian Optimal dari kasus diatas (menggunakan **metode penugasan** Hungarian).

Proses penyelesaian kasus penugasan mensyaratkan bahwa jumlah baris sama dengan jumlah kolom. Jika syarat itu tidak dipenuhi, maka kita dapat menambahkan variabel dummy, baik baris dummy ataupun kolom dummy sehingga syarat terpenuhi. Tetapi karena pada dasarnya penugasan untuk proyek dummy itu tidak ada, maka waktu penyelesaiannya sebesar nol juga masuk akal agar algoritma dapat diterapkan.

| Konsultan | Klien (dlm Hari) | | | (+) |
|---------------|------------------|----|----|-----|
| | A | B | C | D |
| Sinta | 10 | 16 | 32 | 0 |
| Ridwan | 14 | 22 | 40 | 0 |
| Agus | 22 | 24 | 34 | 0 |
| Anisa | 14 | 18 | 36 | 0 |

Langkah 1 : Row reduced matrix

| Konsultan | Klien (dlm Hari) | | | (+) |
|-----------|------------------|---|---|-----|
| | A | B | C | D |
| Sinta | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Ridwan | 4 | 6 | 8 | 0 |
| Agus | 12 | 8 | 2 | 0 |
| Anisa | 4 | 2 | 4 | 0 |

Langkah 2 : menentukan jumlah minimum garis

| Konsultan | Klien (dlm Hari) | | | (+) |
|-----------|------------------|----------|----------|--------------|
| | A | B | C | D |
| Sinta | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Ridwan | 4 | 6 | 8 | 0 |
| Agus | 12 | 8 | 2 | 0 |
| Anisa | 4 | 2 | 4 | 0 |

Langkah 3 : kurangi nilai terkecil

| Konsultan | Klien (dlm Hari) | | | (+) |
|-----------|------------------|---|---|--------------|
| | A | B | C | D |
| Sinta | 0 | 0 | 0 | 2 |
| Ridwan | 2 | 4 | 6 | 0 |
| Agus | 10 | 6 | 0 | 0 |
| Anisa | 2 | 0 | 2 | 0 |

Kesimpulan :

| Konsultan | Klien (dlm Hari) | | | (+) |
|-----------|------------------|----------|----------|--------------|
| | A | B | C | D |
| Sinta | 0 | 0 | 0 | 2 |
| Ridwan | 2 | 4 | 6 | 0 |
| Agus | 10 | 6 | 0 | 0 |
| Anisa | 2 | 0 | 2 | 0 |

- Shinta ditugaskan untuk Klien A, selama 10 hari
- Ridwan TIDAK ditugaskan untuk Klien apapun, selama 0 hari.
- Agus ditugaskan untuk Klien C, selama 34 hari
- Anisa ditugaskan untuk Klien B, selama 18 hari

Waktu yang digunakan untuk menyelesaikan tugas adalah $10 + 34 + 18 = 62$ hari.

4. Suatu proyek perumahan Rakyat PERUMNAS diketahui memiliki jadwal aktivitas sebagai berikut :

| Kegiatan | Kegiatan yg Mendahului | Waktu (Minggu) |
|---------------------|------------------------|----------------|
| A. Membuat Pondasi | - | 2 |
| B. Membuat Atap | - | 4 |
| C. Membangun Tembok | A | 3 |
| D. Meratakan Tanah | A | 5 |
| E. Finishing | B, C | 5 |

Pertanyaan :

- Gambarkan sket diagram Net Work proyek perumahan rakyat tersebut.
- Tentukan jalur kritisnya dan berapa minggu proyek tersebut dapat diselesaikan ?

4.Jawaban Proyek perumahan Rakyat Perumnas :

- Gambarkan Sket Diagram :..... ?
- Jalur Alternatif : $AD = 2 + 5 = 7$ minggu
jalur Alternatif : $ACE = 2 + 3 + 5 = 10$ minggu ----> Jalur kritis **ACE**
Jalur Alternatif : $BE = 4 + 5 = 9$ minggu
Jadi lama waktu proyek selesai : 10 minggu.

5. Sebuah perusahaan Damatex memerlukan bahan baku untuk sekali pesan yang paling ekonomis adalah : $EOQ = \sqrt{(2 \times S \times D) / (i \times p)} = \sqrt{(2 \times 200000 \times 1000) / (0,25 \times 750.000)} = 47$
 $EOQ = 47$ unit
Biaya pengadaan (TC) = $[i \times p \times Q/2] + [S \times D / Q] = Rp \dots\dots\dots ?$
 $TC = [0,25 \times 750.000 \times 47/2] + [200.000 \times 1000 / 47] = Rp$
 $TC = Rp 8.585.446,15.$
Frekuensi Pesan : $1000 \text{ unit} / 47 = 22 \text{ x pesan per tahun.}$
Re- Order Point = $150 \text{ unit} + 12/300 \times 1000 \text{ unit} = 190 \text{ unit}$