

SURAT PENCATATAN CIPTAAN

Dalam rangka perlindungan ciptaan di bidang ilmu pengetahuan, seni dan sastra berdasarkan Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta, dengan ini menerangkan:

Nomor dan tanggal permohonan : EC00202469307, 21 Juli 2024

Pencipta

Nama : **ONWARDONO RIT RIYANTO, WIDYASTUTI dkk**
Alamat : Blok Sigempol RT 002 RW 004 Desa Ciperna Kecamatan Talun Kabupaten Cirebon, Talun (cirebon Selatan), Cirebon, Jawa Barat, 45171
Kewarganegaraan : Indonesia

Pemegang Hak Cipta

Nama : **ONWARDONO RIT RIYANTO, WIDYASTUTI dkk**
Alamat : Blok Sigempol RT 002 RW 004 Desa Ciperna Kecamatan Talun Kabupaten Cirebon, Talun (cirebon Selatan), Cirebon, Jawa Barat, 45171
Kewarganegaraan : Indonesia

Jenis Ciptaan : **Buku**
Judul Ciptaan : **KEMAMPUAN MATEMATIS**
Tanggal dan tempat diumumkan untuk pertama kali di wilayah Indonesia atau di luar wilayah Indonesia : 21 Juli 2024, di Cirebon
Jangka waktu perlindungan : Berlaku selama hidup Pencipta dan terus berlangsung selama 70 (tujuh puluh) tahun setelah Pencipta meninggal dunia, terhitung mulai tanggal 1 Januari tahun berikutnya.
Nomor pencatatan : 000644658

adalah benar berdasarkan keterangan yang diberikan oleh Pemohon.
Surat Pencatatan Hak Cipta atau produk Hak terkait ini sesuai dengan Pasal 72 Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta.



a.n. MENTERI HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA
DIREKTUR JENDERAL KEKAYAAN INTELEKTUAL
u.b
Direktur Hak Cipta dan Desain Industri

IGNATIUS M.T. SILALAH
NIP. 196812301996031001

LAMPIRAN PENCIPTA

No	Nama	Alamat
1	ONWARDONO RIT RIYANTO	Blok Sigempol RT 002 RW 004 Desa Ciperna Kecamatan Talun Kabupaten Cirebon, Talun (cirebon Selatan), Cirebon
2	WIDYASTUTI	Jl. Pangeran Antasari Gg. Persada No 3A, Kalibalau Kencana, Kedamaian, Kota Bandar Lampung, Provinsi Lampung, Kedamaian, Bandar Lampung
3	VIA YUSTITIA	Alana Regency Cemandi B3 57 Kecamatan Sedati, Kabupaten Sidoarjo, Jawa Timur, Sedati, Sidoarjo
4	RINA OKTAVIYANTHI	Jl. Raya Taktakan KM.1, Perumahan Queen Garden Blok C2/10, Panggungjati, Taktakan, Serang, Banten, Taktakan, Serang
5	NURUL HUSNAH MUSTIKA SARI	Sumurwatu Timur, RT 19 RW 006, Sumurjomblangbogo, Kecamatan Bojong, Kabupaten Pekalongan, Bojong, Pekalongan
6	NURMA IZZATI	Komplek Nusa Endah Blok Q No 9 RT 005 RW 005 Kelurahan Karyamulya Kecamatan Kesambi Kota Cirebon, Kesambi, Cirebon
7	BAYU SUKMAANGARA	Dusun Mekarjaya RT 001 RW 003 Desa Andapraja Kecamatan Rajadesa Kabupaten Ciamis, Rajadesa, Ciamis
8	DUHWI INDARTININGSIH	Pabean Alam Permai IV No 7A Desa Pabean Kecamatan Sedati Kabupaten Sidoarjo, Jawa Timur , Sedati, Sidoarjo
9	ARI WIBOWO	Pelemgede RT 001 RW 003 Desa Sodo Kecamatan Paliyan Kabupaten Gunungkidul, Daerah Istimewa Yogyakarta, Paliyan, Gunung Kidul
10	DIAN ANGGRAENI MAHARBID	Blok Bumi Asri Pamijahan RT 011 RW 003 Desa Pamijahan Kecamatan Plumbon, Kabupaten Cirebon, Plumbon, Cirebon
11	SIROJUDIN WAHID	Blok Dukumalang RT 01 RW 01 No 9 Desa Dukupuntang, Kecamatan Dukupuntang, Kabupaten Cirebon, Jawa Barat, Dukupuntang, Cirebon

LAMPIRAN PEMEGANG

No	Nama	Alamat
1	ONWARDONO RIT RIYANTO	Blok Sigempol RT 002 RW 004 Desa Ciperna Kecamatan Talun Kabupaten Cirebon, Talun (cirebon Selatan), Cirebon
2	WIDYASTUTI	Jl. Pangeran Antasari Gg. Persada No 3A, Kalibalau Kencana, Kedamaian, Kota Bandar Lampung, Provinsi Lampung, Kedamaian, Bandar Lampung
3	VIA YUSTITIA	Alana Regency Cemandi B3 57 Kecamatan Sedati, Kabupaten Sidoarjo, Jawa Timur, Sedati, Sidoarjo
4	RINA OKTAVIYANTHI	Jl. Raya Taktakan KM.1, Perumahan Queen Garden Blok C2/10, Panggungjati, Taktakan, Serang, Banten, Taktakan, Serang
5	NURUL HUSNAH MUSTIKA SARI	Sumurwatu Timur, RT 19 RW 006, Sumurjomblangbogo, Kecamatan Bojong, Kabupaten Pekalongan, Bojong, Pekalongan

6	NURMA IZZATI	Komplek Nusa Endah Blok Q No 9 RT 005 RW 005 Kelurahan Karyamulya Kecamatan Kesambi Kota Cirebon, Kesambi, Cirebon
7	BAYU SUKMAANGARA	Dusun Mekarjaya RT 001 RW 003 Desa Andapraja Kecamatan Rajadesa Kabupaten Ciamis, Rajadesa, Ciamis
8	DUHWI INDARTININGSIH	Pabean Alam Permai IV No 7A Desa Pabean Kecamatan Sedati Kabupaten Sidoarjo, Jawa Timur , Sedati, Sidoarjo
9	ARI WIBOWO	Pelemgede RT 001 RW 003 Desa Sodo Kecamatan Paliyan Kabupaten Gunungkidul, Daerah Istimewa Yogyakarta, Paliyan, Gunung Kidul
10	DIAN ANGGRAENI MAHARBID	Blok Bumi Asri Pamijahan RT 011 RW 003 Desa Pamijahan Kecamatan Plumbon, Kabupaten Cirebon, Plumbon, Cirebon
11	SIROJUDIN WAHID	Blok Dukumalang RT 01 RW 01 No 9 Desa Dukupuntang, Kecamatan Dukupuntang, Kabupaten Cirebon, Jawa Barat, Dukupuntang, Cirebon



Onwardono Rit Riyanto, Widyastuti, Via Yustitia, Rina Oktaviyanthi, Nurul Husnah Mustika Sari, Nurma Izzati, Bayu Sukmaangara, Duhwi Indartiningsih, Ari Wibowo, Dian Anggraeni Maharbid, Sirojudin Wahid.

KEMAMPUAN MATEMATIS



KEMAMPUAN MATEMATIS

**Onwardono Rit Riyanto, Widyastuti, Via Yustitia, Rina
Oktaviyanthi, Nurul Husnah Mustika Sari, Nurma Izzati,
Bayu Sukmaangara, Duhwi Indartiningsih, Ari Wibowo,
Dian Anggraeni Maharbid, Sirojudin Wahid.**



Penerbit

CV. Zenius Publisher

KEMAMPUAN MATEMATIS

Onwardono Rit Riyanto, Widyastuti, Via Yustitia, Rina
Oktaviyanthi, Nurul Husnah Mustika Sari, Nurma
Izzati, Bayu Sukmaangara, Duhwi Indartiningsih, Ari
Wibowo, Dian Anggraeni Maharbid, Sirojudin Wahid.

Editor: Saluky

Juli 2024

Size: 150 x 230 mm, iii+202 hal

ISBN: 978-623-5264-60-8



CV. Zenius Publisher

Anggota IKAPI Jabar

Jalan Waruroyom-Depok- Cirebon 45155,

Email : zenius955@gmail.com

Telp: (0231) 8829291

Web. zeniuspublisher.com

Hak cipta dilindungi Undang-undang. Tidak ada bagian dari publikasi ini yang boleh direproduksi, disimpan dalam sistem pengambilan, atau ditransmisikan, dalam bentuk apa pun atau dengan cara apa pun, elektronik, mekanik, fotokopi, rekaman, atau lainnya, kecuali untuk dimasukkannya kutipan singkat dalam ulasan, tanpa terlebih dahulu izin tertulis dari penerbit

Kata Pengantar

Dengan mengucapkan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa, kami merasa sangat bersyukur karena buku ini dapat diselesaikan dengan baik. Buku ini disusun sebagai upaya untuk memberikan pemahaman yang lebih mendalam mengenai berbagai kemampuan matematis yang sangat penting dalam proses pembelajaran matematika.

Matematika merupakan disiplin ilmu yang memiliki peran signifikan dalam berbagai aspek kehidupan. Kemampuan matematis yang baik tidak hanya dibutuhkan untuk menyelesaikan soal-soal matematika, tetapi juga untuk menghadapi berbagai tantangan dalam kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu, pengembangan berbagai kemampuan matematis menjadi sangat penting bagi siswa untuk menguasai dan menerapkan konsep-konsep matematika dengan baik.

Buku ini bertujuan untuk mengupas berbagai aspek kemampuan matematis, mulai dari kemampuan berpikir kreatif, representasi, literasi, berpikir kritis, koneksi, komunikasi, hingga pemecahan masalah. Setiap kemampuan ini memiliki peranan penting dalam membantu siswa memahami dan mengaplikasikan matematika dalam berbagai konteks. Melalui penjelasan yang rinci dan contoh-contoh yang relevan. Kami berharap buku ini dapat menjadi sumber belajar yang berguna bagi siswa, guru, dan praktisi pendidikan.

Kami menyadari bahwa penyusunan buku ini tidak terlepas dari berbagai tantangan dan keterbatasan. Namun, dengan semangat untuk memberikan kontribusi positif dalam dunia pendidikan, kami telah berusaha semaksimal mungkin untuk menyajikan materi yang komprehensif dan mudah dipahami. Kritik dan saran yang konstruktif dari para pembaca sangat kami harapkan untuk penyempurnaan buku ini di masa mendatang.

Akhir kata, kami ucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung penyusunan buku ini. Semoga buku ini dapat bermanfaat dan memberikan inspirasi bagi semua pembaca dalam mengembangkan kemampuan matematis yang diperlukan untuk meraih kesuksesan.

Cirebon, Juni 2024

Tim Penyusun

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	i
Daftar isi	iii
Bab I Kemampuan Pemecahan Masalah.....	1
BAB II Kemampuan Representasi Matematis....	11
BAB III Kemampuan Literasi Matematis	33
BAB IV Kemampuan Penalaran Matematis	55
BAB V Kemampuan Berpikir Kritis Matematis...	77
BAB VI Kemampuan Koneksi Matematis.....	91
BAB VII Kemampuan Komunikasi Matematis....	107
BAB VIII Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis	133
BAB IX Kemampuan Pemahaman Matematis ..	147
BAB X Kemampuan Spasial Matematis	161
BAB XI Miskonsepsi Matematis	175

BAB 1

KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH

Onwardono Rit Riyanto

Tujuan:

1. Memahami konsep pemecahan masalah matematis
2. Memahami indikator pemecahan masalah matematis
3. Mengetahui langkah-langkah pemecahan masalah matematis

Pendahuluan

Pemecahan masalah matematika adalah proses dimana seseorang menggunakan pengetahuan dan keterampilan matematika yang dimilikinya untuk menyelesaikan masalah yang belum dikenal atau tidak rutin. Proses ini melibatkan identifikasi masalah, pemilihan strategi yang tepat, dan penerapan langkah-langkah yang diperlukan untuk mencapai solusi. Dalam pemecahan masalah, siswa dituntut untuk berpikir kritis dan kreatif, menggunakan logika, dan seringkali harus mencoba berbagai pendekatan sebelum menemukan cara yang efektif untuk menyelesaikan masalah.

Pemecahan masalah merupakan sarana untuk mengembangkan keterampilan matematika lainnya seperti penerapan aturan, penemuan pola, penggeneralisasian, dan komunikasi matematika. Melalui pengalaman pemecahan masalah, siswa dapat memperkuat kemampuan berpikir mereka, meningkatkan kepercayaan diri dalam menggunakan matematika, dan melihat relevansi matematika dalam kehidupan sehari-hari. Pendekatan ini tidak hanya membantu siswa dalam konteks akademik, tetapi juga mempersiapkan siswa untuk menghadapi tantangan di luar kelas dengan cara yang lebih terstruktur dan analitis.

A. Konsep Pemecahan Masalah Matematika

Masalah adalah persoalan atau pertanyaan yang memerlukan penyelesaian atau jawaban yang tidak dapat diperoleh secara langsung (Husna, 2013). Masalah adalah situasi yang memerlukan penyelesaian, sehingga agar seseorang dapat menyelesaikan masalah, mereka harus memiliki kemampuan pemecahan masalah. Masalah dapat didefinisikan sebagai situasi di mana individu atau kelompok ditantang untuk menyelesaikan tugas tanpa adanya algoritma yang lengkap untuk menentukan solusinya. Ini berarti bahwa pertanyaan tersebut tidak bisa dijawab dengan prosedur rutin, tetapi membutuhkan usaha keras untuk menemukan jawabannya. Oleh karena itu, penyelesaian masalah adalah proses menerima tantangan dan bekerja keras untuk menyelesaikannya. Dengan demikian, aspek penting dari pengertian masalah adalah bahwa penyelesaiannya tidak bisa dicapai hanya dengan prosedur rutin, tetapi memerlukan penalaran yang lebih luas dan kompleks.

Masalah dalam Matematika dapat dikelompokkan menjadi beberapa macam. Polya mengelompokkan masalah ditinjau dari cara menganalisis masalah tersebut menjadi dua macam, yaitu:

1. Masalah untuk menemukan, dapat teoritis atau praktis, konkret atau abstrak, termasuk teka-teki. Untuk itu, kita perlu mengidentifikasi semua variabel yang terkait dengan masalah tersebut. Kita harus berusaha menemukan, menciptakan, atau membangun berbagai jenis objek yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah tersebut. Oleh karena itu, kita perlu merumuskan inti dari masalah ini, yang akan menjadi dasar penting dalam penyelesaiannya. Adapun bagian pokok dari masalah adalah: (a) Apa yang dicari?; (b) Bagaimana data yang diketahui?; (c) Bagaimana syaratnya?
2. Masalah yang berhubungan dengan pembuktian adalah menunjukkan kebenaran atau ketidakbenaran suatu pernyataan. Kita perlu menjawab: Apakah pernyataan ini benar atau salah? Inti dari masalah ini adalah merumuskan hipotesis dan kesimpulan dari sebuah teorema yang perlu dibuktikan kebenarannya. Hipotesis dan konklusi tersebut merupakan landasan yang sangat diperlukan untuk dapat menyelesaikan masalah jenis ini.

Lestari dan Yudhanegara (2013) menyatakan bahwa Kemampuan menyelesaikan masalah mencakup penyelesaian masalah rutin, non-rutin, rutin terapan, rutin non-terapan, non-rutin terapan, dan non-rutin non-terapan dalam matematika. Masalah rutin adalah masalah yang solusinya

melibatkan pengulangan prosedur algoritmik. Sebaliknya, masalah non-rutin memerlukan perencanaan khusus dan tidak hanya mengandalkan rumus, teorema, atau dalil. Masalah rutin terapan melibatkan situasi dari dunia nyata atau kehidupan sehari-hari, sedangkan masalah rutin non-terapan mengharuskan penggunaan berbagai algoritma matematika. Masalah non-rutin terapan memerlukan perencanaan dan mengaitkan situasi dunia nyata, sementara masalah non-rutin non-terapan hanya terkait dengan hubungan matematis saja.

Proses pemecahan masalah matematis berbeda dengan menyelesaikan soal matematika. Perbedaan ini terlihat dalam penggunaan istilah masalah dan soal. Menyelesaikan soal atau tugas matematika tidak selalu sama dengan memecahkan masalah matematika. Jika suatu tugas matematika dapat diselesaikan dengan cepat, maka tugas tersebut termasuk tugas rutin dan bukan masalah (Ulvah, 2016). Fauziah dan Sukasno (2015: 12) menyatakan bahwa pemecahan masalah adalah proses menyelesaikan soal yang tidak rutin dan kompleks dengan memanfaatkan pemahaman, pengetahuan, dan keterampilan yang dimiliki.

Branca (dalam Effendi, 2012) berpendapat bahwa kemampuan pemecahan masalah adalah inti dari matematika. Ini sesuai dengan pernyataan NCTM (dalam Effendi, 2012) yang menyebutkan bahwa pemecahan masalah adalah bagian integral dari pembelajaran matematika, sehingga tidak boleh dipisahkan dari proses pembelajaran matematika. Ruseffendi (dalam Effendi, 2012) juga mengemukakan bahwa kemampuan pemecahan masalah sangat penting dalam matematika, bukan

hanya bagi mereka yang akan mendalami atau mempelajari matematika lebih lanjut, tetapi juga bagi mereka yang akan menerapkannya dalam bidang studi lain dan dalam kehidupan sehari-hari.

Kemampuan pemecahan masalah matematis siswa dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor. Faktor-faktor ini muncul karena setiap individu memiliki perbedaan. Dimensi-dimensi perbedaan individu meliputi inteligensi, kemampuan berpikir logis, kreativitas, gaya kognitif, kepribadian, nilai, sikap, dan minat. Para peneliti di seluruh dunia sangat tertarik untuk meneliti hubungan antara dimensi gaya kognitif dan kemampuan matematika (Chrysostomou dalam Ulya, 2015).

B. Indikator Pemecahan Masalah

Dalam memecahkan masalah matematika terdapat beberapa macam langkah-langkah pemecahan masalah. Salah satu langkah pemecahan masalah yang sering digunakan dalam pembelajaran matematika adalah langkah pemecahan menurut Polya. Menurut Polya (1973), terdapat empat langkah pemecahan masalah matematika yaitu: (1) memahami masalah (*understanding the problem*); (2) menyusun rencana (*devising a plan*); (3) melaksanakan rencana (*carrying out the plan*); (4) memeriksa kembali (*looking back*).

Adapun langkah-langkah kegiatan pemecahan masalah menurut Polya (dalam Ulvah, 2016) adalah sebagai berikut:

1. Memahami masalah.

Langkah awal dalam menyelesaikan suatu masalah adalah memahami masalah tersebut.

Siswa harus mampu mengidentifikasi informasi yang telah diketahui, apa yang perlu dicari, serta hubungan antara informasi yang diketahui dengan yang akan dicari. Dalam pemecahan masalah, penting untuk menentukan informasi yang diketahui dan pertanyaan yang harus dijawab. Dengan memahami kedua hal tersebut, proses pemecahan masalah akan memiliki arah yang jelas.

2. Merencanakan atau merancang strategi pemecahan masalah.

Pada tahap ini, siswa perlu mengidentifikasi strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi. Semakin sering siswa berlatih menyelesaikan masalah, semakin mudah bagi mereka untuk menemukan strategi yang cocok untuk mengatasi masalah tersebut. Adapun hal-hal yang dapat siswa lakukan dalam tahap kedua ini antara lain: (1) membuat rencana, (2) mengembangkan sebuah model, (3) mensketsa diagram, (4) menyederhanakan masalah, (5) menentukan rumus, (6) mengidentifikasi pola, (7) membuat tabel/diagram, (8) eksperimen dan simulasi, (9) bekerja terbalik, (10) menguji semua kemungkinan, (11) mengidentifikasi sub-tujuan, (12) membuat analogi, dan (13) mengurutkan data/informasi.

3. Melaksanakan rencana penyelesaian.

Kegiatan pada langkah ini adalah menjalankan perencanaan yang telah dibuat pada langkah sebelumnya untuk mendapatkan penyelesaian dari masalah yang diberikan. Langkah ini menekankan adanya pelaksanaan rencana

penyelesaian yang meliputi: (1) memeriksa setiap langkah apakah sudah benar atau belum, (2) membuktikan bahwa langkah yang dipilih sudah benar, dan (3) melaksanakan perhitungan sesuai dengan rencana yang dibuat.

4. Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi.

Memeriksa kembali hasil yang diperoleh dengan menggabungkan pengetahuan dan mengembangkan kemampuannya untuk memecahkan masalah. Kegiatan pada langkah ini menekankan pada bagaimana cara memeriksa kebenaran jawaban yang diperoleh. Langkah ini meliputi: (1) memeriksa kembali perhitungan yang telah dikerjakan, (2) membuat generalisasi atau kesimpulan dari jawaban yang diperoleh, (3) dapatkan jawaban itu dicari dengan cara lain, dan (4) perlukah menyusun strategi baru yang lebih baik.

Untuk memperoleh konstruksi kemampuan pemecahan masalah matematika siswa, data kemampuan pemecahan masalah matematika yang diperoleh setelah penelitian akan dianalisis pada setiap indikator di atas. Adapun konstruksi kemampuan pemecahan masalah matematika dalam penelitian ini terdiri atas: 1) kemampuan siswa dalam mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahuinya ditanyakan; 2) kemampuan siswa dalam memilih dan menjelaskan strategi untuk menyelesaikan masalah; 3) kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah menggunakan strategi yang dipilih; 4) kemampuan siswa dalam memilih strategi lain untuk

menyelesaikan masalah; 5) kemampuan siswa untuk menyelesaikan masalah menggunakan strategi lain.

Pemecahan masalah adalah bagian krusial dari kurikulum matematika, karena dalam proses pembelajaran dan penyelesaian, siswa mendapatkan pengalaman menerapkan pengetahuan dan keterampilan yang dimiliki pada masalah yang tidak rutin. Kegiatan ini memungkinkan pengembangan aspek-aspek penting dari kemampuan matematika, seperti penerapan aturan pada masalah tidak rutin, penemuan pola, penggeneralisasian, komunikasi matematika, dan lain-lain (Suherman, 2003).

Menurut teori belajar Gagne (Suherman, dkk., 2003), belajar pemecahan masalah adalah tipe pembelajaran tertinggi. Dalam proses ini, siswa dituntut untuk menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari, memungkinkan mereka menggunakan pengetahuan dan keterampilan yang dimiliki untuk mengatasi masalah yang tidak rutin. Kegiatan ini juga membantu mengembangkan aspek-aspek penting dalam matematika seperti penerapan aturan pada masalah tidak rutin, penemuan pola, penggeneralisasian, dan komunikasi matematika.

C. Contoh Soal Pemecahan Masalah Matematika

Kemampuan pemecahan masalah matematika sudah banyak dikaji oleh banyak peneliti khususnya di Indonesia. Di bawah ini merupakan salah satu contoh jawaban siswa yang dapat dianalisis berdasarkan indikator pemecahan masalah menurut Polya.

Daftar Pustaka

- Husna, M. Ikhsan, & S. Fatimah. 2013. *Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah dan Komunikasi Matematis Siswa Sekolah Menengah Pertama Melalui Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Think-Pair-Share (TPS)*. *Jurnal Peluang*, 1(2):81-92.
- Suryani, M., Jufri, L. H., & Putri, T. A. (2020). Analisis kemampuan pemecahan masalah siswa berdasarkan kemampuan awal matematika. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 119-130.
- Suherman. 2003. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia
- Effendi, Leo Adhar. 2012. *Pembelajaran Matematika dengan Metode Penemuan Terbimbing Untuk Meningkatkan Kemampuan Representasi dan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP*. Bandung: *Jurnal Penelitian Pendidikan* Vol. 13 No. 2 Oktober 2012
- Fauziah, A. & Sukasno. 2015. *Pengaruh Model Missouri Mathematics Project (MMP) Terhadap Kemampuan Pemahaman dan Pemecahan Masalah Matematika Siswa SMA N 1 Lubuklinggau*. *Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung*, 4(1): 10-21
- Polya. 1973. *How to Solve It, A New Aspect of Mathematics Method*. New Jersey: Princeton University Press

BAB 2 | KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS

Widyastuti

Tujuan:

Setelah mempelajari Bab ini, pembaca diharapkan:

1. Memahami konsep kemampuan representasi matematis
2. Memahami indikator kemampuan representasi matematis
3. Mengembangkan soal/pembahasan kemampuan representasi matematis

Pendahuluan

Representasi merupakan subjek penting dalam kajian ilmiah, karena: a) representasi sebagai aliran gambar internal, gerak tubuh, dan kata-kata, serta b) kata-kata dan simbol-simbol yang digunakan untuk berkomunikasi tidak merujuk secara langsung pada realitas tetapi pada entitas yang direpresentasikan: objek, properti, hubungan, proses, tindakan, dan konstruksi, yang mengenainya tidak ada kesepakatan otomatis antara dua individu (Verghnaud, 1998). Pada

matematika, konsep berakar dari tindakan/permasalahan dan berlanjut dalam representasi.

Matematika sebagai ilmu yang abstrak dan kaya simbol akan menjadi kosong tanpa arti jika tidak dimaknai dengan tepat. Pemaknaan ini berkaitan dengan penggambaran suatu konsep dalam suatu cara dan dikenal sebagai representasi matematis. Ketepatan representasi akan berelasi dengan pemaknaan hubungan berbagai informasi yang sudah dimiliki dan yang sedang dipelajari. Hal ini akan berdampak pada kebermanfaatan representasi untuk memahami konsep abstrak yang penting dari matematika. Tidak hanya itu, ketika dihadapkan dengan soal ataupun permasalahan matematis, kompleksitas suatu permasalahan dapat direduksi dengan memanfaatkan strategi representasi matematis yang sesuai dengan permasalahan. Selain itu, penggunaan model matematika yang sesuai sebagai suatu bentuk representasi juga akan membantu individu memahami suatu konsep, mengemukakan ide/gagasan matematisnya, serta membantu proses pemecahan masalah. Data dipahami bahwa, pemodelan matematika menekankan hubungan antara matematika dan kenyataan melalui langkah-langkah pemodelan berupa penyederhanaan dan penataan, serta matematisasi (Jablonski, 2023). Proses-prose ini tentunya membutuhkan representasi yang tepat. Ketika siswa mendapatkan akses terhadap representasi matematika dan ide-ide yang mereka ekspresikan dan ketika mereka dapat membuat

representasi untuk menangkap konsep atau hubungan matematika, mereka memperoleh seperangkat alat yang secara signifikan memperluas kapasitas mereka untuk memodelkan dan menafsirkan fenomena fisik, sosial, dan matematika (NCTM, 2000). Untuk itu, representasi matematis dipandang krusial dalam bermatematika.

Secara global, representasi adalah salah satu standar proses dalam matematika (NCTM, 2000). Representasi juga merupakan salah satu dari fundamental mathematical competencies selain komunikasi, matematisasi, penalaran, pemecahan masalah, penggunaan Bahasa symbol, formal, dan teknis serta operasi-operasi, dan penggunaan mathematical tools yang diukur dalam PISA dalam literasi matematis (OECD, 2023). Secara nasional, representasi merupakan salah satu dari tujuan pembelajaran matematika yang tertuang dalam dokumen kurikulum nasional. Representasi sebagai salah satu standar proses dan tujuan belajar matematika menunjukkan bahwa representasi adalah proses penting yang dalam pembelajaran untuk mengembangkan dan mengoptimalkan kemampuan berpikir siswa yang merupakan proses konstruksi dan abstraksi pengetahuan matematika (Rahmawati, dkk, 2017). Oleh karena itu, memahami representasi dengan baik sangat diperlukan tidak hanya sebagai suatu kemampuan untuk dibelajarkan tetapi juga sebagai dasar dalam mengembangkan evaluasinya.

A. Pengertian Kemampuan Representasi Matematis

Representasi didefinisikan sebagai konfigurasi karakter, gambar, objek konkret, dll., yang dapat melambangkan atau "mewakili" sesuatu yang lain (DeWindt-King, & Goldin, 2003; Gagatsis & Elia, 2004). Goldin (2020) menyebut bahwa sesuatu sebagai representasi mencakup referensi terhadap beberapa makna atau makna yang dianggap dimilikinya. Secara umum, keberhasilan ilmu pengetahuan berkaitan dengan keakuratan representasinya, serta representasi tertentu juga harus akurat agar dapat berhasil (Pincock, 2012). Lebih lanjut, Pincock menegaskan bahwa matematika berkontribusi terhadap cakupan ilmuwan pada representasi tertentu karena dunia fisik itu sendiri pada dasarnya adalah matematika

Pada ranah belajar matematika representasi dipandang sebagai alat untuk berkomunikasi tentang matematika (Fonger, 2019) yang digunakan siswa untuk berbagi pemikiran matematisnya melalui berbagai model/bentuk pilihan representasi yang sesuai dengan situasi (Cai & Lester, 2005; Cartwright, 2006). Representasi pada ranah matematika ini, selanjutnya dikenal sebagai representasi matematis.

Lebih lanjut, Goldin (2020) mendeskripsikan mengenai representasi matematis bahwa secara umum, representasi matematis ditafsirkan sebagai produk yang terlihat atau nyata – seperti diagram, garis bilangan, grafik, susunan objek konkret atau manipulatif, model fisik, kata-kata tertulis, ekspresi

matematika, rumus dan persamaan, atau penggambaran di layar komputer atau kalkulator – yang mengisyaratkan, mewakili, atau mewujudkan ide atau hubungan matematika. Deskripsi tersebut menjelaskan mengenai apa yang dimaksudkan representasi, secara umum dipahami sebagai representasi eksternal. Cai & Lester (2005) menuturkan bahwa representasi merupakan cara yang digunakan seseorang untuk mengkomunikasikan jawaban atau gagasan matematika yang bersangkutan. Hasanah (2004) menyebutkan bahwa representasi matematis sebagai proses yang sedang berlangsung di dalam pikiran ataupun produk yang dapat diamati dari luar dalam tindakan-tindakan yang dilakukan untuk menangkap suatu konsep atau hubungan matematis di dalam suatu bentuk matematika dan pada bentuk matematika itu sendiri. Pengertian tersebut sejalan dengan pandangan bahwa representasi merujuk pada manifestasi internal dan eksternal dari suatu konsep matematika (Pape & Tchoshanov, 2001).

Representasi internal ini merupakan image internal suatu konsep berdasarkan fakta skemata dan koneksi informasi yang dimiliki individu dan terjadi sebagai aktivitas mental di dalam otak. Proses ini mendasari pembentukan pemahaman siswa akan suatu konsep matematika (As'ari, 2001) yang memungkinkan struktur kognitifnya bekerja atas dasar ide dari konsep. Sedangkan suatu representasi disebut representasi eksternal – yaitu, Ketika representasi tersebut berada di luar individu yang menghasilkannya dan dapat diakses oleh orang lain

untuk diamati, didiskusikan, ditafsirkan, dan/atau dimanipulasi (Goldin, 2020).

Representasi ini tidak hanya berkaitan dengan akses output konsep dalam wujud lisan, tulisan, simbolis/drawing tetapi juga berhubungan dengan bagaimana mendapatkan kembali pengetahuan yang telah disimpan dalam ingatan dan relevan dengan kebutuhan serta dapat digunakan ketika diperlukan (Hasanah, 2004). Pengetahuan yang relevan ini ketika dikonvensi menjadi stimulus suatu visualisasi abstraksi internal, selanjutnya akan berganti peran menjadi representasi eksternal (Pape & Tchoshanov, 2017).

Suatu konsep akan memiliki representasi internal yang berbeda dalam diri masing-masing individu, serta berpotensi diamati ketepatannya saat divisualisasikan. Penggunaan representasi matematis yang baik dapat membuat siswa mampu mengaitkan informasi yang dipelajari dengan kumpulan informasi yang sudah dimilikinya (As'ari, 2001), mampu memberikan gambaran kumpulan pengalaman masa lalu, serta kecenderungan berpikir dalam penyempurnaan pemahaman, berkomunikasi, serta pemilihan strategi pemecahan masalah.

B. Indikator Kemampuan Representasi Matematis

Proses representasi melibatkan penerjemahan masalah atau ide-ide ke dalam bentuk baru, pengubahan diagram atau model fisik ke dalam simbol-simbol atau kata-kata, juga dapat digunakan dalam penerjemahan atau penganalisisan masalah

verbal untuk membuat masalahnya menjadi jelas (NCTM, 2000). Tiga kata kunci yang dapat disarikan, yakni dalam representasi terjadi proses menerjemahkan, mengubah, dan menggunakan. Artinya, dalam representasi matematis tidak hanya mengenai susunan notasi-notasi, simbol, ataupun gambaran mengenai sesuatu tetapi juga menegaskan mengenai: i) "apa interpretasi dari symbol/notasi/gambar yang digunakan?" ii) "adakah tafsiran atau symbol/notasi/gambar lainnya?" (merujuk pada representasi multiple), serta, iii) "bagaimana menggunakan symbol/notasi/gambar tersebut dalam pemecahan masalah maupun ranah generalisasi yang lebih luas?".

Lima bentuk sistem representasi yang terjadi dalam pembelajaran matematika dan pemecahan masalah matematika disajikan telah dikemukakan oleh Lesh, dkk (1987), yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Sistem Representasi dalam Pembelajaran dan Pemecahan Masalah Matematika

Bentuk Representasi	Sistem Representasi
Tulisan	Menggambarkan pengalaman dasar dimana pengetahuan berada pada dunia nyata
Model-model manipulatif	Seperti blok aritmetika, garis bilangan, dan sebagainya, dimana unsur-unsur dalam sistem representasi mempunyai pengertian yang sempit berdasarkan hubungan dan

Bentuk Representasi	Sistem Representasi
	operasi yang banyak terjadi sehari-hari sesuai dengan situasi
Gambar atau diagram	Dapat berupa model gambar statis dari model-model manipulatif
Bahasa lisan	Mencakup hubungan sub-bahasa khusus dengan pengetahuan logis yang diperdengarkan secara verbal
Simbol-simbol yang tertulis	Meliputi kalimat matematis dan frasa seperti $x + 17 = 35$, $A' \cap B' = (A \cup B)'$

Cai, Lane, dan Jackobsin (Ansari, 2003) memaparkan bentuk-bentuk representasi dapat berupa sajian visual seperti gambar (drawing), grafik/bagan (chart), tabel, dan ekspresi matematis (mathematical expressions). Ketiga bentuk-bentuk tersebut selanjutnya dikenal sebagai aspek/dimensi representasi yang menjadi dasar operasionalisasi penerjemahan indikator-indikator kemampuan representasi matematis.

Pada dasarnya, kemampuan representasi melibatkan dua proses, yakni i) tafsiran dari objek dimensi representasi serta ii) menggunakan objek dimensi representasi dalam pemecahan masalah ataupun konteks konsep yang lebih luas. Hal ini turut dilaporkan Højsted & Mariotti (2022) bahwa konsep representasi yang meluas dan mengerucut pada konteks representasi digital, objek matematika dalam lingkungan geometri dinamis, melibatkan dua

langkah kompetensi representasi matematis, yaitu: i) kemampuan menafsirkan dan menggunakan representasi geometris objek geometris dinamis; dan ii) kemampuan menafsirkan dan menggunakan representasi objek non-geometris yang dapat ditafsirkan secara geometris. Untuk itu, dalam perumusan indikator representasi sangat perlu untuk melibatkan ketiga dimensi/aspek dengan memperhatikan kedua proses langkah kompetensi representasi. Mudzakir (2006) merangkum bentuk-bentuk operasional dari representasi matematis seperti pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Bentuk Operasional Representasi Matematis

Dimensi Representasi	Bentuk-bentuk Operasional
Representasi Visual a. Diagram, grafik, atau tabel	<ol style="list-style-type: none">1. Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik, atau tabel.2. Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah.
b. Gambar	<ol style="list-style-type: none">1. Membuat gambar pola-pola geometri2. Membuat gambar bangun- bangun geometri untuk menjelaskan masalah dan memfasilitasi penyelesaiannya.
Persamaan atau ekspresi matematis	<ol style="list-style-type: none">1. Membuat persamaan atau model matematis dari representasi yang diberikan.2. Membuat konjektur dari suatu pola bilangan.

Dimensi Representasi	Bentuk-bentuk Operasional
	3. Penyelesaian masalah dengan melibatkan representasi matematis.
Kata-kata atau teks tertulis	<ol style="list-style-type: none">1. Membuat situasi masalah berdasarkan data atau representasi yang diberikan.2. Menuliskan interpretasi dari suatu representasi.3. Menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah matematika dengan kata-kata.4. Menyusun cerita yang sesuai dengan suatu representasi yang disajikan.5. Menjawab soal dengan menggunakan kata-kata atau teks tertulis.

Secara sederhana, indikator kemampuan representasi yang dapat digunakan adalah:

1. Representasi Visual
 - a. Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi gambar.
 - b. Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah.
2. Persamaan atau ekspresi matematis
 - a. Menyatakan masalah atau informasi yang diberikan ke dalam persamaan matematis.
 - b. Menyelesaikan masalah dengan menggunakan persamaan matematis.

3. Kata-kata atau teks tertulis
 - a. Menyusun cerita atau situasi masalah sesuai dengan representasi yang disajikan.
 - b. Menjawab pertanyaan dalam bentuk kata-kata atau teks tertulis.

C. Contoh Soal dan Pembahasan Kemampuan Representasi Matematis

Pada bagian ini, diberikan 5 contoh soal matematika yang dapat digunakan untuk mengukur kemampuan representasi matematis pada level SMP topik bangun ruang sisi datar.

Tabel 3. Contoh dan Pembahasan

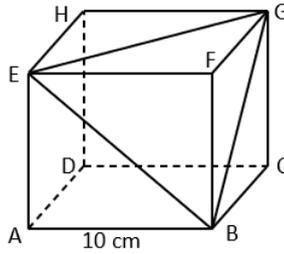
Indikator	Nomor Soal
Representasi Visual	
a. Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi gambar.	1, 2
b. Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah.	2, 3
Persamaan atau ekspresi matematis	
a. Menyatakan masalah atau informasi yang diberikan ke dalam persamaan matematis.	4
b. Menyelesaikan masalah dengan menggunakan persamaan matematis.	4
Kata-kata atau teks tertulis	
a. Menyusun cerita atau situasi masalah sesuai dengan representasi yang disajikan.	5b
b. Menjawab pertanyaan dalam bentuk kata-kata atau teks tertulis.	5a

TES REPRESENTASI MATEMATIS

Mata Pelajaran : Matematika
Satuan Pendidikan : SMP
Kelas : VIII
Pokok Bahasan : Bangun Ruang Sisi Datar

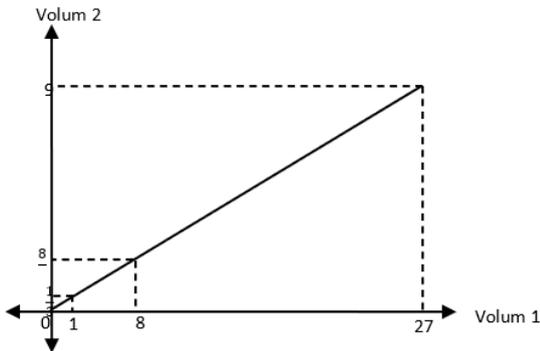
Petunjuk:

- a. Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan jelas dan tepat.
 - b. Jawablah soal yang kamu anggap paling mudah terlebih dahulu.
 - c. Tuliskan nama dan kelas pada lembar jawabanmu.
-
1. Gambarkan sebuah prisma tegak yang bidang alasnya memiliki luas 12 cm^2 .
 2. Perusahaan "VWXYZ" memproduksi sabun mandi yang berbentuk balok dengan ukuran 2 cm, 4 cm, 7 cm. Setiap 4 buah sabun mandi disusun tanpa ditumpuk dalam sebuah kotak berbentuk balok. Sabun harus disusun sehingga luas permukaan kotak yang memuat sabun tersebut seminimal mungkin. Buatlah gambar susunan sabun tersebut, kemudian tentukan luas permukaan kotak yang memuat susunan sabun tersebut.
 3. Perhatikan gambar kubus ABCD.EFGH berikut.



Tentukan luas daerah segitiga EGB.

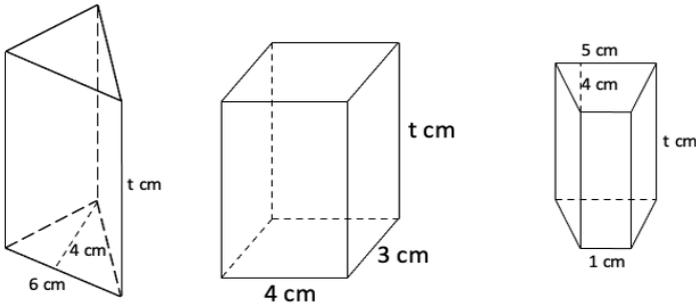
4. Perhatikan grafik hubungan antara volum dua buah bangun ruang di bawah ini.



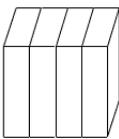
- a. Sebutkan dua buah bangun ruang yang memiliki hubungan volum yang sesuai dengan grafik tersebut! Sertakan alasanmu.
- b. Susunlah pertanyaan yang sesuai dengan grafik tersebut!
5. Sebuah limas dengan bidang alas berbentuk persegi memiliki volum 180 cm^3 . Jika panjang rusuk-rusuk alasnya diperbesar dua kali, sedangkan tingginya diperkecil menjadi $\frac{1}{3}$ kali ukuran sebelumnya, tentukan volum limas sesudah terjadi perubahan!

Solusi

1. Beberapa contoh bentuk prisma tegak dengan luas alas 12 cm^2 antara lain:

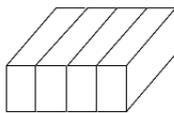


2. Untuk menghasilkan kotak dengan luas permukaan sekecil mungkin, berarti permukaan sabun yang saling menempel haruslah mempunyai luas yang sebesar mungkin. Sabun berbentuk balok dengan ukuran 7 cm, 4 cm, 2 cm berarti bagian sisi sabun yang harus saling menempel adalah sisi dengan luas 28 cm^2 . Beberapa bentuk susunan yang mungkin dibuat adalah:



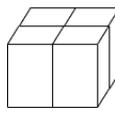
Bentuk susunan balok dengan ukuran 8 cm, 7 cm, 4 cm.

$$\begin{aligned} L &= 2(p.l + p.t + l.t) \\ &= 2(8.7 + 8.4 + 7.4) \\ &= 2(32 + 56 + 28) \\ &= 2(116) \\ &= 232 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



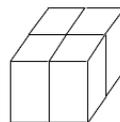
Bentuk susunan balok dengan ukuran 4 cm, 8 cm, 7 cm.

$$\begin{aligned} L &= 2(p.l + p.t + l.t) \\ &= 2(4.8 + 4.7 + 8.7) \\ &= 2(32 + 28 + 56) \\ &= 2(116) \\ &= 232 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Bentuk susunan balok dengan ukuran 8 cm, 4 cm, 7 cm.

$$\begin{aligned} L &= 2(p.l + p.t + l.t) \\ &= 2(4.8 + 4.7 + 8.7) \\ &= 2(32 + 28 + 56) \\ &= 2(116) \\ &= 232 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Bentuk susunan balok dengan ukuran 8 cm, 4 cm, 7 cm.

$$\begin{aligned} L &= 2(p.l + p.t + l.t) \\ &= 2(8.4 + 8.7 + 4.7) \\ &= 2(32 + 56 + 28) \\ &= 2(116) \\ &= 232 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3. Untuk mencari luas daerah segitiga BGE perlu ditentukan terlebih dahulu tinggi segitiga BGE.



BE dan EG merupakan diagonal sisi kubus, maka $BE = EG$.

$$EG = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \text{ cm.}$$

O merupakan titik tengah EG, maka $EO = \frac{1}{2} EG = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$. Sehingga, $OB = \sqrt{BE^2 - EO^2}$

$$= \sqrt{(10\sqrt{2})^2 - (5\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{200 - 50}$$

$$= \sqrt{150}$$

$$= 5\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$L = \frac{EG \cdot OB}{2} = \frac{10\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{6}}{2} = 25\sqrt{12} = 50\sqrt{3} \text{ cm}^2 .$$

4. Diketahui: volum limas = 180 cm^3

Misalkan tinggi limas tersebut adalah t dan panjang rusuknya adalah s , maka:

a. $V = \frac{1}{3} \cdot \text{luas alas} \cdot \text{tinggi}$

$$180 = \frac{1}{3} \cdot s^2 \cdot t$$

$$s^2 \cdot t = 540$$

Jadi, persamaan matematika yang dapat dibuat adalah $s^2 \cdot t = 540$.

$$\begin{aligned} \text{b. } V &= \frac{1}{3} \cdot \text{luas alas} \cdot \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{3} \cdot s^2 \cdot t \end{aligned}$$

Setelah terjadi perubahan,

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot (2s)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}t\right) \\ &= \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot s^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot t \\ &= \frac{4}{9} \cdot s^2 \cdot t \\ &= \frac{4}{9} \cdot 540 \\ &= 240 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

5. a) Ketika $V_1 = 1$, nilai $V_2 = \frac{1}{3}$. Ketika $V_1 = 8$, nilai $V_2 = \frac{8}{3}$.

Ketika $V_1 = 27$, nilai $V_2 = \frac{27}{3} = 9$. Berarti, perbandingan volum kedua bangun ruang tersebut adalah $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{8}{\frac{8}{3}} = \frac{27}{9}$.

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{1}$ berarti, $V_2 = \frac{1}{3}V_1$. Bangun ruang yang memiliki hubungan volum seperti itu adalah kubus dengan panjang rusuk a dan limas yang memiliki bidang alas persegi dengan panjang rusuk alas = tinggi = a .

b) Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik-titik $(1, \frac{1}{3})$ dan $(8, \frac{8}{3})$.

D. Projek Matematika yang Melibatkan Kemampuan Representasi Matematis

Projek 1: Lintasan Semut

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas : VIII

Pokok Bahasan : Kubus

Semut merupakan hewan yang hidup berkelompok, suka bergotong-royong, pekerja keras, dan pantang menyerah. Dengan sifat-sifat ini, semut mampu bertahan menghadapi berbagai kondisi. Setiap kali mencari makanan, semut selalu berjalan bersama-sama dalam suatu barisan. Jika diperhatikan, barisan semut tersebut membentuk suatu lintasan. Namun, terkadang ada semut yang berjalan sendirian keluar dari barisannya.

Andaikan terdapat dua ekor semut di dalam suatu ruangan yang berbentuk kubus. Semut pertama berada pada salah satu pojok bagian atas ruangan. Semut kedua berada pada pojok ruangan tepat di bawah semut pertama. Misalkan semut pertama diam pada tempatnya dan semut kedua berjalan lurus sepanjang garis pinggir ruangan yang ada di depannya.

Tugas anda adalah: (1) coba gambarkan bentuk grafik fungsi yang menghubungkan jarak semut pertama dan semut kedua terhadap jarak

perpindahan semut kedua (Tidak perlu ukuran yang akurat) dan (2) jelaskan setiap prosedur yang dilalui sehingga prosedur ini dapat diterapkan pada bentuk benda lainnya.

Projek 2: Penyimpanan Beras

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas / Semester: VIII / 2

Pokok Bahasan : Prisma

Sebuah gudang penyimpanan beras dapat memuat 7000 ton beras. Beras-beras yang disimpan dikemas dalam karung 25 Kg. Beras-beras tersebut disimpan dengan cara ditumpuk di dalam gudang. Beras dapat disimpan di dalam gudang selama 10 bulan.

Satu bulan terakhir, pemilik gudang penyimpanan beras dihadapkan pada suatu masalah. Beras yang disimpan di dalam gudang mengalami penyusutan hingga 500 Kg. Setelah diselidiki, ternyata hal itu disebabkan kemasan beras yang mudah robek dan tidak dapat bertahan lama. Untuk mengatasi permasalahan tersebut, pemilik gudang membuat peti berbentuk balok untuk mengemas beras-beras tersebut. Setiap peti dibuat dari bahan yang kokoh dan dapat memuat tiga karung beras.

Tugas anda adalah: (1) Buatlah disain peti lainnya yang dapat memuat 6 karung beras, dan (2) jelaskan setiap prosedur yang dilalui sehingga prosedur ini dapat diterapkan pada tempat beras dengan bentuk yang berbeda.

Daftar Pustaka

- As'ari, A. (2001). Representasi: Pentingnya dalam Pembelajaran Matematika. *Jurnal Matematika atau Pembelajarannya*. 2, 81-91.
- Cai, J., & Lester, F.K. (2005). Solution Representation and Pedagogical Representation in Chinese and US classrooms. *Journal of Mathematical Behaviour*, 24, 221-237
- Cartwright, K. (2020). Analyzing Students' Communication and Representation of Mathematical Fluency during Group Tasks. *Journal of Mathematical Behaviour*, 60, Article 100821, 1-18. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100821>
- DeWindt-King, A.M., & Goldin, G. A. (2003). Children's visual imagery: Aspects of cognitive representation in solving problems with fractions. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 2 (1), 1-42.
- Fonger, N. (2019). Meaningfulness in representational fluency: An analytic lens for students' creating, interpretations, and connections. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 54, Article 100678. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.10.003>
- Højsted, I.H., Mariotti, M.A. (2022). Mathematical Representation Competency in the Era of Digital Representations of Mathematical Objects. In: Jankvist, U.T., Geraniou, E. (eds)

Mathematical Competencies in the Digital Era. *Mathematics Education in the Digital Era*, vol 20. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-10141-0_8

Gagatsis, A. & Elia, A. (2004). The Effects of Different Modes of Representation on Mathematical Problem Solving. *Proceedings of the 28th Conference of the International -International Group for the Psychology of Mathematics Education, 28th, Bergen, Norway, 447-454.*

Goldin, G.A. (2020). Mathematical Representations. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_103

Hasanah, A. (2004). *Mengembangkan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematik Siswa Sekolah Menengah Pertama Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah yang Menekankan pada Representasi Matematik*. Tesis. UPI.

Jablonski, S. (2023). Is it all about the setting? — A comparison of mathematical modelling with real objects and their representation. *Educ Stud Math* 113, 307–330. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10215-2>

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). *Representations and Translations among Representation in*

Mathematics Learning and Problem Solving.
New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Mudzakir, H. S. (2006). *Strategi Pembelajaran Think-Talk-Write untuk Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematik Beragam Siswa Sekolah Menengah Pertama*. Tesis. UPI.

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

OECD. (2023). *PISA 2022 Assesment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris.
<https://doi.org/10.1787/19963777>

Pape, S. J., & Tchoshanov, M. A. (2001). The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. *Theory Into Practice*, 40(2), 118–127.
https://doi.org/10.1207/s15430421tip4002_6

Pincock, C. (2012). *Mathematics and Scientific Representation*. New York: Oxford University Press.

Rahmawati, D., Purwanto, Subanji, Hidayanto, E., & Anwar, R.B. (2017). Process of Mathematical Representation Translation from Verbal into Graphic. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 12(3), 367-381

Vergnaud, G. (1998). A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 17(2), 167-

181. [https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(99\)80057-3](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80057-3)

Widyastuti. (2010). *Pengaruh Model Eliciting Activities terhadap Kemampuan Representasi Matematis dan Self-Efficacy Siswa*. Thesis.UPI.

BAB
3

KEMAMPUAN LITERASI
MATEMATIS

Via Yustitia

Tujuan:

Setelah mempelajari Bab ini, pembaca diharapkan:

1. Memahami konsep literasi matematika
2. Memahami konten, konteks, dan proses literasi matematika

Pendahuluan

Literacy atau “littera” berdasarkan Bahasa Latin bermakna huruf. Literasi juga sering dikaitkan dengan kemampuan membaca dan menulis. Literasi matematika bukan hanya sebatas kompetensi seseorang dalam menggunakan teknik berhitung, namun juga meliputi pengetahuan yang lebih luas. Literasi matematika terdiri atas tiga bagian, yaitu: (1) literasi spasial; (2) numerasi; (3) literasi kuantitatif. Literasi matematika berhubungan dengan penggunaan matematika dalam dunia nyata. Seseorang yang mempunyai kemampuan literasi matematika yang baik tentu membutuhkan

pengetahuan matematika yang melingkupi konsep, keterampilan dan strategi pemecahan masalah, serta kemampuan untuk membuat taksiran. Seseorang perlu menjadi numerat dalam beragam konteks dan konten. Literasi matematika terdiri dari komponen konten, konteks, dan proses kognitif

A. Definisi Literasi Matematika

Literacy atau “littera” berdasarkan Bahasa Latin bermakna huruf. Literasi juga sering dikaitkan dengan kemampuan membaca dan menulis (Gillon et al., 2019). Kemampuan membaca dan menulis dipandang sebagai kemampuan dasar yang wajib dimiliki seseorang untuk kelangsungan hidupnya. Jika seseorang mempunyai kemampuan membaca dan menulis yang cukup baik maka ia dianggap mampu untuk mengembangkan potensi dirinya menjadi lebih baik. Sejalan dengan itu, Walgermo, Frijters and Solheim (2018) menyatakan bahwa literasi sebagai prasyarat untuk menjadi melek huruf merupakan salah satu tugas akademik yang perlu dikembangkan anak-anak sejak sekolah dasar.

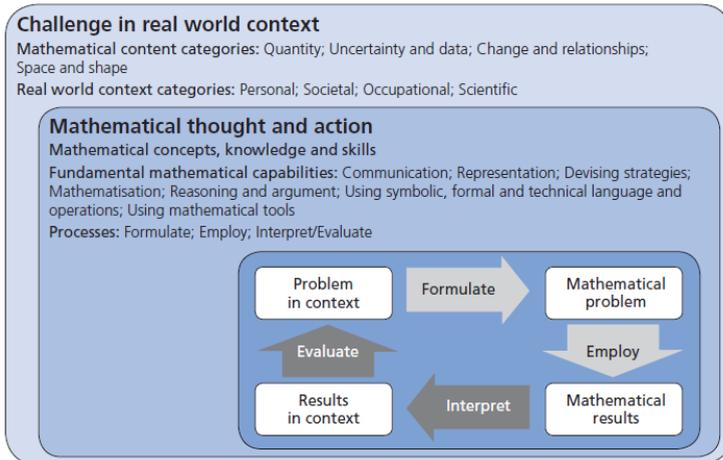
Literasi matematika dikonseptualisasikan sebagai kompetensi yang berorientasi pada penerapan matematika di kehidupan nyata daripada hanya sekadar pengetahuan (Hegedus et al., 2017; Vorhölter, Greefrath, Ferri, and Schukajlow, 2019). Penerapan matematika juga bergantung pada pemikiran tingkat tinggi. Siswa perlu belajar matematika dengan cara yang memungkinkan mereka untuk mengenali kapan matematika dapat

membantu menafsirkan informasi, memecahkan masalah praktis, dan menerapkan pengetahuan mereka secara tepat dalam berbagai konteks (Westwood, 2000; Colwell and Enderson, 2016). Salah satu studi survey yang memonitoring literasi siswa adalah Programme for International Student Assessment (PISA) literasi matematika menurut PISA 2021 (OECD, 2019) didefinisikan sebagai berikut.

“Mathematical literacy is an individual’s capacity to reason mathematically and to formulate, employ, and interpret mathematics to solve problems in a variety of real-world contexts. It includes concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena. It helps individuals know the role that mathematics plays in the world and make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective 21st Century citizens.”

Penjelasan definisi tersebut memiliki makna bahwa literasi matematika merupakan bentuk kemampuan individu untuk bernalar secara matematis, serta memformulasikan, menggunakan, dan menafsirkan konteks permasalahan sekaligus mencari solusinya. Literasi matematika juga mencakup fakta, konsep, prosedur, dan alat untuk menjelaskan dan memprediksi sebuah kejadian. Manfaat menguasai literasi matematika yaitu membantu seseorang dalam mengetahui peran matematika dalam kehidupan dan menggunakannya untuk mengambil keputusan sebagai warga negara abad 21 yang membangun, peduli, dan berpikir.

Seorang pemecah masalah yang aktif memiliki kompetensi dalam menggunakan pengetahuan matematika untuk memecahkan masalah dalam beberapa konteks. Adapun tahapannya diuraikan PISA dalam model literasi matematis seperti Gambar 1 berikut.

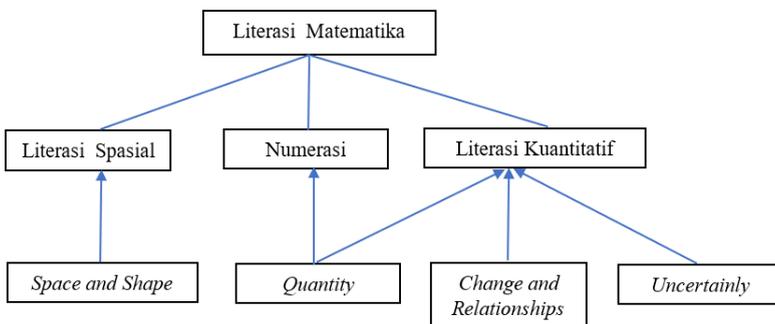


Gambar 1 Pemodelan Literasi Matematika (OECD, 2019)

Gambar 1 di atas menjelaskan bahwa literasi matematika dimulai dari permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Masalah tersebut dikategorikan menjadi dua bagian, yaitu konten dan konteks. Seseorang harus mampu mengimplementasikan gagasan matematis dengan melibatkan kemampuan menggunakan pengetahuan dan keterampilan matematika. Hal tersebut juga sangat bergantung pada kemampuan dasar matematika, yaitu penalaran, representasi, membuat strategi, matematisasi, menggunakan bahasa dan operasi simbolik, formal, dan teknis, dan komunikasi.

Proses dalam literasi matematika antara lain mengidentifikasi masalah dengan konten dan konteks tertentu, merumuskan permasalahan secara matematis, dan mampu menerapkan pengetahuan konseptual dan prosedural untuk menyelesaikan masalah.

Literasi matematika bukan hanya sebatas kompetensi seseorang dalam menggunakan teknik berhitung, namun juga meliputi pengetahuan yang lebih luas. Literasi matematika terdiri atas tiga bagian, yaitu: (1) literasi spasial; (2) numerasi; (3) literasi kuantitatif (Lange, 2003). Cakupan dari ketiganya digambarkan dalam Gambar 2 berikut.



Gambar 2 Cakupan Literasi Matematika

Literasi spasial didefinisikan sebagai kemampuan seseorang terkait pemahaman tentang dunia (tiga dimensi). Literasi spasial juga mengacu pada kesadaran seseorang tentang masalah yang berhubungan dengan ruang. Lange (2003) mengatakan bahwa literasi spasial mensyaratkan pada pemahaman kedudukan atau posisi relatif objek, sifat objek, dan konsep-konsep lain tentang

keruangan. Konten literasi matematika yang berhubungan dengan literasi spasial adalah space and shape (ruang dan bentuk).

Numerasi didefinisikan sebagai kemampuan seseorang dalam mengelola data dan bilangan untuk mengevaluasi pernyataan atau informasi berdasarkan masalah yang meliputi proses estimasi dan mental pada konteks dunia nyata (Traffer's dalam Lange, 2003). Konten literasi matematika yang berhubungan numerasi adalah quantity.

Literasi kuantitatif didefinisikan sebagai kemampuan seseorang dalam mengidentifikasi, memahami, dan menggunakan pernyataan kuantitatif dalam berbagai konteks (Lange, 2003). Literasi kuantitatif cakupannya lebih luas daripada literasi spasial dan numerasi. Konten literasi matematika yang berhubungan dengan literasi kuantitatif adalah quantity, change and relationship, dan uncertainty.

Berdasarkan uraian di atas, literasi matematika merupakan kemampuan individu untuk memformulasikan, menggunakan, dan menafsirkan matematika dalam berbagai konteks. Literasi matematika pada penelitian ini terbatas pada numerasi. Konteks dalam penelitian ini meliputi konteks pribadi dan sosial. Konten yang digunakan adalah quantity.

B. Konten, Konteks, dan Proses Kognitif Literasi matematika

Literasi matematika berhubungan dengan penggunaan matematika dalam dunia nyata. Seseorang yang mempunyai kemampuan literasi matematika yang baik tentu membutuhkan pengetahuan matematika yang melingkupi konsep, keterampilan dan strategi pemecahan masalah, serta kemampuan untuk membuat taksiran. Seseorang perlu menjadi numerat dalam beragam konteks dan konten. Literasi matematika terdiri dari komponen konten, konteks, dan proses kognitif (Evans, 2000; Lange, 2003, Steen, 2003, Millet et al., 2004, Gal et al., 2005, Ginsburg et al., 2006, Westwood, 2008, Goos et al., 2019, OECD, 2019). Konten pada literasi matematika terdiri dari pengetahuan matematika yang diperlukan untuk menyelesaikan tugas-tugas yang dihadapi. Dua elemen dari konten adalah kedalaman pengetahuan matematika yang diperlukan dan jenis tugas yang dihadapi seseorang. Elemen pertama tentang pemahaman yang mendalam dan koheren tentang matematika yang sedang digunakan. Konsep esensial merupakan konsep yang menyediakan elemen struktural penting untuk bentuk pengetahuan yang fleksibel dan dapat digunakan dalam konteks. Konteks adalah situasi yang menjadi latar atau setting tempat masalah ditempatkan. Konteks berkaitan dengan penggunaan atau tujuan seseorang melakukan tuntunan tugas matematika. Proses kognitif literasi matematika berkaitan dengan cara berpikir yang dibutuhkan oleh seseorang dalam menyelesaikan masalah literasi matematika.

Evans (2000) menyatakan bahwa konten literasi matematika tidak hanya berkaitan dengan bilangan, namun juga berkaitan dengan kuantitas, geometri, statistika, dan peluang. Konsepsi konteks dalam literasi matematika mempunyai implikasi terhadap gagasan tentang menggunakan matematika dalam situasi praktis sehingga memungkinkan seseorang belajar lintas konteks, misalnya dari sekolah, lingkungan sehari-hari, dan tempat kerja. Proses literasi matematika tidak hanya perhitungan menentukan solusi hasil akhir atau jawaban soal literasi matematika saja tapi melalui proses kognitif meliputi identifikasi informasi, perhitungan, interpretasi, dan kemampuan berkomunikasi. Identifikasi informasi terkait dengan menemukan informasi relevan sesuai konteks literasi matematika. Perhitungan terkait penggunaan informasi yang tersedia untuk melakukan operasi hitung sehingga diperoleh solusi yang tepat. Interpretasi terkait dengan menafsirkan hasil matematika ke konteks dan mengevaluasi hasil yang diperoleh. Kemampuan berkomunikasi terkait menjelaskan ide untuk menyelesaikan masalah dan solusi yang diperoleh.

Lange (2003) menyatakan bahwa konten literasi matematika adalah kuantitas. Kuantitas merupakan aspek matematika yang paling dekat dengan kehidupan sehari-hari. Kuantitas menggabungkan hitungan dari objek, hubungan, situasi dan entitas di kehidupan, memahami berbagai representasi dari hitungan tersebut, dan menilai interpretasi dan argumen berdasarkan kuantitas. Aspek penalaran kuantitatif, seperti bilangan,

beberapa representasi bilangan, komputasi, estimasi perhitungan adalah inti konten kuantitas. Konteks literasi matematika terdiri dari konteks pribadi, sosial, pekerjaan, dan saintifik. Konteks pribadi berhubungan dengan kehidupan sehari-hari individu dan keluarga. Konteks sosial berhubungan dengan suatu komunitas di mana seorang individu menjalani kehidupan bermasyarakat. Konteks pekerjaan berhubungan dengan dunia kerja seseorang. Konteks saintifik berhubungan dengan pengimplementasian konsep matematika di dalam ilmu pengetahuan dan teknologi. Proses literasi matematika terdiri dari merumuskan, menggunakan, menafsirkan, dan mengevaluasi. Merumuskan masalah matematika mencakup mengidentifikasi informasi dan penggunaan matematika untuk memecahkan masalah tertentu, menyediakan struktur dan representasi matematika, mendefinisikan variabel, dan menyederhanakan pembuatan asumsi tentang pemecahan masalah. Menggunakan matematika melibatkan penerapan penalaran matematika, konsep, proses, fakta, dan alat untuk memperoleh solusi matematika termasuk perhitungan, manipulasi bentuk aljabar, persamaan, dan model. Pemodelan matematika, menganalisis informasi dari diagram atau grafik, mengembangkan penjelasan matematika, dan menggunakan matematika alat untuk memecahkan masalah. Menafsirkan melibatkan pemikiran tentang solusi matematis dan menafsirkannya dalam konteks masalah yang akan diselesaikan termasuk mengevaluasi solusi matematis dan menentukan atau memverifikasi kebenaran serta alasan dari hasil yang diperoleh.

Steen (2003) menyatakan bahwa konten pada literasi matematika adalah bilangan. Seseorang menggunakan pengetahuan dan keterampilannya untuk menyelesaikan matematika yang berkaitan dengan bilangan dalam konteks kewarganegaraan, budaya, pendidikan, pekerjaan, keuangan pribadi, kesehatan pribadi, dan manajemen. Konteks kewarganegaraan berkaitan dengan isu publik yang besar, mulai dari layanan kesehatan hingga jaminan sosial, mulai dari ekonomi internasional hingga reformasi kesejahteraan bergantung pada data, proyeksi, kesimpulan, dan pemikiran sistematis yang ada pada saat ini. Misalnya, Memahami betapa berbedanya prosedur pemungutan suara (misalnya putaran kedua, persetujuan, pluralitas, preferensi) dapat mempengaruhi hasil pemilu. Konteks budaya berkaitan dengan sejarah, sastra, dan seni, dan sesuatu tentang sejarah, sifat, dan peran matematika pada manusia budaya. Misalnya, mengetahui bagaimana sejarah matematika berkaitan dengan perkembangannya budaya dan Masyarakat. Konteks pendidikan berkaitan dengan penerapan matematika di lintas disiplin ilmu, misalnya bidang-bidang seperti fisika, ekonomi, dan teknik selalu dibutuhkan persiapan yang kuat kalkulus di matematika. Kedokteran memerlukan pemahaman statistik yang mendalam (untuk menilai uji klinis), peluang (untuk membandingkan risiko), dan kalkulus (untuk memahami sistem kelistrikan, biokimia, dan kardiovaskular tubuh). Konteks pekerjaan berkaitan dengan kehidupan pekerjaan profesional. Misalnya, Dokter memerlukan pemahaman tentang bukti statistik dan kemampuannya untuk menjelaskan

risiko dengan kejelasan yang cukup untuk memastikan penjelasan dan persetujuan. Konteks keuangan pribadi berkaitan dengan pengelolaan keuangan, misalnya membandingkan penawaran kartu kredit dengan suku bunga berbeda periode waktu yang berbeda. Konteks Kesehatan pribadi, misalnya mempertimbangkan biaya, manfaat, dan risiko kesehatan dari produk baru yang banyak diiklankan obat terbaru. Banyak orang memerlukan literasi matematika untuk mengelola usaha kecil atau organisasi nirlaba serta untuk memenuhi tanggung jawab mereka ketika mereka melakukannya bertugas di komite yang terlibat dalam menjalankan segala jenis perusahaan. Misalnya, mengumpulkan dan menganalisis data untuk meningkatkan keuntungan. Proses literasi matematika antara lain representasi informasi, membuat pemodelan, berpikir logis, dan membuat keputusan. Representasi informasi dilakukan dengan menggunakan informasi yang disampaikan sebagai data, grafik, dan bagan untuk menarik kesimpulan dari data dan menafsirkan data. Pemodelan berkaitan dengan merumuskan masalah, mencari pola, dan menentukan strategi. Berpikir logis berkaitan dengan menggunakan pemikiran logis; mengenali tingkat ketelitian dalam metode inferensi; memeriksa hipotesis; berhati-hati dalam membuat generalisasi. Membuat keputusan berkaitan dengan keputusan penyelesaian masalah literasi matematika berdasarkan konteks.

Millet et al., (2004) menyatakan bahwa konten literasi matematika mencakup penerapan bilangan dalam kehidupan sehari-hari di rumah, tempat kerja,

dan masyarakat pada ukuran, statistik dan geometri. Millet et al., (2004) menyatakan bahwa konteks literasi matematika adalah kehidupan sehari-hari di rumah, tempat kerja, dan masyarakat. Literasi matematika harus berhubungan dengan konteks sosial dan praktik sosial. Misalnya, kemampuan literasi matematika dalam satu rumah tangga dapat dinilai berdasarkan kemampuan membeli jumlah bahan yang sesuai dan berhasil menyelesaikan dekorasi rumah tangga dan perbaikan. Konten dalam literasi matematika adalah bilangan. Proses literasi matematika terdiri dari menafsirkan, menggunakan, dan memecahkan masalah. Menafsirkan terkait dengan menemukan informasi matematika dan mengidentifikasi konten matematika dalam konteks soal literasi matematika sehingga dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah literasi matematika. Menggunakan terkait dengan penggunaan bahasa dan operasi simbolik, formal, dan teknis untuk menyelesaikan masalah literasi matematika. Memecahkan masalah terkait proses perhitungan, menafsirkan kembali hasil yang diperoleh dengan konteks soal, dan mengomunikasikan ide dan relasi matematika secara lisan dan tulisan.

Ginsburg et al., (2006) menyatakan konten literasi matematika terdiri dari: (1) bilangan dan operasinya; (2) pola, fungsi, dan aljabar; (3) pengukuran dan bentuk; (4) data, statistik, dan probabilitas. Konten bilangan melibatkan pemahaman intuitif tentang sifat-sifat bilangan dan kemampuan memecahkan masalah aritmetika realistik dengan menggunakan cara yang tepat. Misalnya, hubungan

antar bilangan, angka dapat dibandingkan menggunakan penjumlahan (8 adalah 5 lebih dari 3) atau menggunakan perkalian (12 adalah 4 kali lebih besar dari 3); tarif, rasio, proporsi dan persen mewakili hubungan perkalian. Konten aljabar secara tradisional terkonsentrasi pada aturan manipulasi simbol yang mengatur tugas-tugas seperti menyederhanakan ekspresi, menyelesaikan persamaan, dan menerapkannya pada beberapa jenis soal cerita. Konten pengukuran dan bentuk kaitannya dengan geometri. Ide-ide geometri melesap dalam kehidupan sehari-hari. Konten data, statistik, dan peluang, misalnya pengumpulan, pengorganisasian, dan tampilan data; misalnya, jenis data dan ceritanya yang dimaksudkan untuk memberitahu menentukan jenis grafik atau grafik yang paling tepat untuk tampilannya Analisis dan interpretasi data; misalnya, perubahan pada kumpulan data dapat mempengaruhi mean dan median dengan cara yang berbeda

Gagasan tentang literasi matematika dalam sebagian besar definisi literasi matematika, matematika abstrak dikontekstualkan dengan masalah di dunia nyata. Ginsburg et al., (2006) menyatakan konteks literasi matematika terdiri dari: (1) keluarga atau pribadi; (2) tempat kerja; (3) komunitas; (4) pendidikan. Keluarga atau pribadi berkaitan dengan peran orang dewasa sebagai orang tua, kepala rumah tangga, dan anggota keluarga. Misalnya, keuangan konsumen dan pribadi, rumah tangga manajemen, perawatan kesehatan keluarga dan pribadi, serta minat dan hobi pribadi. Tempat kerja berkaitan dengan kemampuan untuk

melakukan tugas dalam pekerjaan dan beradaptasi dengan hal baru tuntutan lapangan kerja. Komunitas mencakup isu-isu seputar kewarganegaraan, dan isu-isu lain yang berkaitan dengan kewarganegaraan masyarakat secara keseluruhan, antara lain lingkungan, kejahatan, dan politik. Pendidikan mencakup pengetahuan yang dibutuhkan untuk melanjutkan lebih jauh pendidikan dan pelatihan untuk memahami mata pelajaran akademik lainnya.

Ginsburg et al., (2006) menyatakan proses kognitif literasi matematika mencakup proses yang memungkinkan seseorang untuk memecahkan masalah, dan dengan demikian menghubungkan konteks dan konten. Proses kognitif literasi matematika terdiri dari: (1) pemahaman konsep; mempunyai pemahaman ide atau konsep matematika yang terlibat sehingga mampu memahaminya masalah. (2) penalaran adaptif; bernalar atau berpikir secara logis tentang hubungan dalam situasi dan konsep yang mungkin terkait dengannya. (3) kompetensi strategis; merumuskan masalah dan menyusun strategi untuk menyelesaikan masalah dengan melihat informasinya, menyajikannya dengan cara yang bermakna, dan memutuskan, jika perlu, bagaimana caranya memanipulasi angka untuk menghasilkan solusi yang berguna. (4) kefasihan prosedural; tampil setiap diperlukan perhitungan yang tepat atau membuat perkiraan, menggunakan prosedur komputasi. Ini adalah sebuah proses berulang, dimana setiap langkah harus dipantau dan dievaluasi kembali untuk melihat apakah proses berjalan sebagaimana mestinya, apakah yang

dilakukan tetap terlihat masuk akal, dan jika perubahan arah harus dilakukan. Dalam perjalanannya, kemungkinan besar orang tersebut akan berkomunikasi dengan orang lain mengenai asumsi, strategi, atau solusi. Ini seluruh proses hanya mungkin terjadi jika orang tersebut (5) disposisi produktif; mampu secara emosional dan bersedia untuk terlibat dengan tugas, dan bertahan dalam prosesnya, menghadapi kemungkinan kebingungan, frustrasi atau ambiguitas yang muncul.

Westwood (2008) menyatakan bahwa konten literasi matematika terdiri dari Bilangan dan operasi hitung, pola, fungsi dan aljabar, pengukuran dan bentuk, data, statistik dan peluang. Konteks literasi matematika terdiri atas: (1) praktis berkaitan dengan penggunaan pribadi sehari-hari; (2) sipil berkaitan dengan permasalahan di masyarakat; (3) profesional berkaitan dengan masalah pekerjaan; (4) rekreasi, misalnya, memahami penilaian dalam olahraga dan permainan; (5) budaya (sebagai bagian dari pengetahuan dan budaya mendalam masyarakat beradab). Proses literasi matematika terdiri dari memproses informasi dalam konteks, mengkomunikasikan ide, dan menafsirkan hasil sesuai dengan konteks.

OECD (2019) menyatakan terdapat empat konten literasi matematika, yaitu (1) kuantitas dan bilangan; (2) dimensi dan bentuk; (3) pola, hubungan dan perubahan; (4) data dan peluang. Kuantitas mencakup atribut seperti jumlah item, harga, ukuran (misalnya panjang, luas dan volume), suhu, kelembaban, tekanan atmosfer, populasi dan tingkat

pertumbuhan, serta pendapatan dan keuntungan. Bilangan meliputi bilangan bulat atau pecahan, desimal, dan persentase yang berfungsi sebagai penaksir, serta menunjukkan bagian atau perbandingan. Dimensi meliputi gambaran "benda" dalam ruang, seperti proyeksi, panjang, keliling, luas, bidang, permukaan, dan lokasi. Bentuk melibatkan kategori yang menggambarkan gambar dan entitas nyata yang dapat divisualisasikan dalam dua atau tiga dimensi misalnya rumah, bangunan, dan desain seni dan kerajinan. Pola mencakup keteraturan yang ditemui di dunia, misalnya dalam bentuk musik, alam, dan lalu lintas. Hubungan dan perubahan berhubungan dengan matematika tentang bagaimana segala sesuatu di dunia berhubungan satu sama lain atau berkembang seiring berjalannya waktu. Data dan peluang mencakup dua topik yang terpisah namun terkait. Data mencakup ide yang berkaitan dengan variabilitas, pengambilan sampel, kesalahan, prediksi dan topik statistik, seperti pengumpulan data, tampilan data dan grafik. Peluang mencakup ide terkait dengan probabilitas dan metode statistik yang relevan.

OECD (2019) menyatakan terdapat empat konteks literasi matematika, yaitu (1) pekerjaan; (2) pribadi; (3) masyarakat; dan (4) pendidikan. Konteks pekerjaan antara lain: menyelesaikan pesanan pembelian, memproduksi barang, mengatur dan mengemas barang dari berbeda bentuk, membuat dan mencatat pengukuran, dan menentukan harga jual dan harga beli. Konteks kehidupan pribadi antara

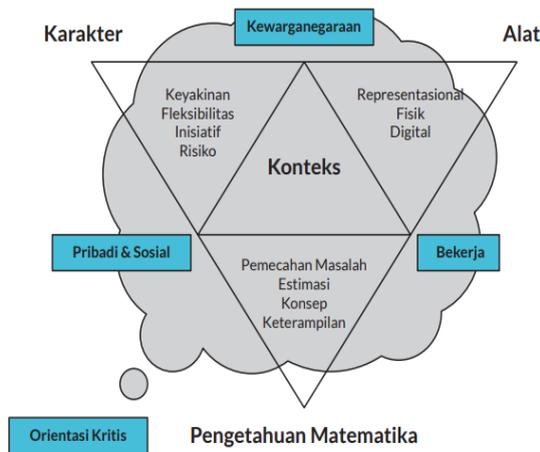
lain: menangani uang dan anggaran, berbelanja dan mengelola

Waktu pribadi, merencanakan perjalanan, membaca peta, dan menggunakan pengukuran dalam situasi rumah, seperti memasak, melakukan perbaikan rumah, dan melakukan hobi. Konteks masyarakat antara lain perekonomian masyarakat dan keadaan lingkungan lingkungan. Literasi matematika memungkinkan seseorang dapat mengikuti pendidikan dan pelatihan, baik untuk tujuan akademis atau sebagai bagian dari pelatihan. Konteks pendidikan antara lain berhubungan dengan implementasi ilmu pengetahuan dan teknologi.

OECD (2019) menyatakan terdapat empat proses literasi matematika, yaitu (1) mengakses; (2) menggunakan; (3) menginterpretasikan; dan (4) mengomunikasikan. Seseorang harus mengidentifikasi, menemukan atau mengakses informasi matematika yang sesuai dengan konteks yang relevan dengan tujuan. Secara terpisah, tipe respons ini seringkali memerlukan pemahaman atau penerapan matematika tingkat rendah keterampilan aritmetika sederhana. Bertindak atau menggunakan melibatkan penggunaan prosedur dan aturan matematika berdasarkan informasi yang telah diakses, seperti membuat strategi penyelesaian masalah dan menggunakan informasi yang telah diakses. Mungkin juga memerlukan pemesanan atau penyortiran, memperkirakan atau menggunakan berbagai alat ukur, atau untuk menggunakan suatu rumusan yang berfungsi sebagai model situasi. Interpretasi melibatkan penafsiran makna dan

implikasi informasi matematika dan mengembangkan opini tentang informasi tersebut. Meskipun didefinisikan sebagai proses kognitif, kemampuan untuk mengkomunikasikan konten literasi matematika dan matematika tidak dinilai dalam survei keterampilan orang dewasa. Kemampuan komunikasi meliputi mengomunikasikan ide dan hasil dari penyelesaian masalah literasi matematika baik secara lisan maupun tulisan

Goos et al., 2019 mengemukakan bahwa konten, konteks, dan proses literasi matematika beserta aspeknya digambarkan melalui Model literasi matematika abad 21 seperti Gambar 3. berikut.



Gambar 3 Model literasi matematika abad ke-21

Berdasarkan Gambar 3, pengetahuan matematika yang meliputi pemecahan masalah, estimasi, konsep, dan keterampilan dibutuhkan seseorang agar menguasai kemampuan literasi

matematika. Seseorang perlu menjadi numerat konteks yang beragam karena literasi matematika berkaitan dengan penggunaan matematika di dunia nyata. Konten literasi matematika terdiri atas bilangan, geometri, dan aljabar. Konteks meliputi pribadi, pekerjaan, dan kewarganegaraan. Seseorang yang numerat juga mempunyai sikap yang positif, yaitu kepercayaan diri dan kemauan untuk menyelesaikan masalah, secara mandiri atau kolaborasi. Ia juga harus mudah beradaptasi dan luwes dalam menerapkan pengetahuan matematikanya. Beberapa alat yang dibutuhkan untuk menyelesaikan literasi matematika antara lain, alat representasi, alat fisik, dan alat digital. Oleh karena itu, literasi matematika juga mencakup kefasihan memilih dan menggunakan alat yang tepat dan sesuai dengan kebutuhan dari masalah yang akan diselesaikan. Keempat aspek tersebut didasari orientasi kritis yang mengharuskan seorang tidak hanya mengetahui dan menggunakan metode yang efisien, tetapi juga menginterpretasikan kelayakan dari solusi yang diperoleh, menyadari kegunaan penalaran matematika, dan membuat kesimpulan. Berdasarkan Gambar 2.3, terlihat jelas bahwa literasi matematika berbeda dengan kompetensi matematika. Kompetensi matematika dianggap sebagai kemampuan seseorang untuk bertindak tepat menanggapi tantangan matematika tertentu dalam situasi tertentu. Walaupun matematika & literasi matematika berpijak pada pengetahuan & keterampilan yang sama, namun perbedaannya dapat dilihat pada penggunaan pengetahuan dan keterampilan matematika dalam konteks dunia nyata.

Daftar Pustaka

- Colwell, J., & Enderson, M. C. (2016). When I hear literacy: Using pre-service teachers' perceptions of mathematical literacy to inform program changes in teacher education. *Teaching and Teacher Education, 53*, 63–74. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2015.11.001>
- Evans, J. (2000). *Adults' mathematical thinking and emotions: a study of numerate practices*. RoutledgeFalmer.
- Gal, I., Groenestijn, M. Van, Manly, M., Schmitt, M. J., & Tout, D. (2005). *Adult numeracy and its assessment in the ALL survey: A conceptual framework and pilot results*. In *Measuring Adult Literacy and Life Skills: New Frameworks for Assessment* (pp. 137–184).
- Gillon, G., McNeill, B., Scott, A., Denston, A., Wilson, L., Carson, K., & Macfarlane, A. H. (2019). A better start to literacy learning: findings from a teacher-implemented intervention in children's first year at school. *Reading and Writing, 32*(8), 1989–2012. <https://doi.org/10.1007/s11145-018-9933-7>
- Ginsburg, L., Manly, M., & Schmitt, M. (2006). *The Components of Numeracy*. In *National Center for the Study of Adult Learning and Literacy (NCSALL) (Number December)*. Cambridge University Press. <http://eric.ed.gov/?id=ED495440>

- Goos, M., Geiger, V., Dole, S., Forgasz, B., & Helen, A. (2019). *Numeracy across the curriculum: Research-based strategies for enhancing teaching and learning*. Routledge.
- Hegedus, S., Laborde, C., Armella, L. M., Siller, H., & Tabach, M. (2017). *The Real World and the Mathematical World* (Number 43, pp. 579–582). <https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3>
- Lange, J. de. (2003). *Mathematics for Literacy. In Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges. National Academy of Sciences*. <https://bit.ly/2JULZQx>
- Millet, A., Brown, M., & Askew, M. (2004). *Primary Mathematics and the Developing Professional* (Vol.1). Springer. <https://doi.org/10.1007/1-4020-1915-7>
- OECD. (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. In OECD Report. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Steen, L. A. (2003). *Data, shapes, symbols: Achieving balance in school mathematics. Evolution of Numeracy and the National Numeracy Network*, Hammond 1978, 53-74 Held at the National Academy of Sciences, the.
- Walgermo, B. R., Frijters, J. C., & Solheim, O. J. (2018). Literacy interest and reader self-concept when formal reading instruction begins. *Early Childhood Research Quarterly*,

44, 90–100.
<https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.03.002>

Westwood, P. (2000). *More on children's learning. Numeracy and Learning Difficulties*, 17–29.
<https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

Westwood, P. (2008). *What Teachers Need to Know about Numeracy (C. Glascoedine (ed.); 1st ed.)*. Camberwell, Vic.: ACER Press.
<https://doi.org/9780864319364>

BAB
4

**KEMAMPUAN PENALARAN
MATEMATIS**

Rina Oktaviyanthi

Tujuan:

Setelah mempelajari Bab ini, pembaca diharapkan:

1. Memahami konsep penalaran matematis
2. Memahami indikator penalaran matematis
3. Mengembangkan soal/pembahasan penalaran matematis

Pendahuluan

Kemampuan penalaran matematis berperan sebagai salah satu keterampilan kognitif inti dalam pembelajaran matematika yang menstimulasi individu untuk memahami informasi, menganalisis kecukupan data dan menyelesaikan masalah menggunakan alur berpikir logis dan sistematis. Dalam praktiknya pada pembelajaran matematika di kelas, kemampuan ini mengharuskan siswa memahami hubungan matematis konsep yang terlibat, menyusun generalisasi dan merancang justifikasi logis dan konsisten berdasarkan prinsip dan

aturan matematika yang berlaku. Lebih jauhnya, menstimulasi, mengembangkan dan mengoptimalkan kemampuan penalaran matematis pada siswa sejak dini menjadi proses penting untuk menguatkan dasar kognitif dan pemahaman kompleksitas konsep matematika di level menengah dan atas. Selanjutnya disampaikan mengenai pengertian penalaran matematis dari berbagai referensi, indikator teoritis dan praktis yang dapat digunakan mengukur kemampuan penalaran matematis dan contoh menyusun dan mengembangkan soal untuk menstimulasi kemampuan penalaran matematis. Dengan mengetahui ketiga hal tersebut, pendidik atau pengajar dapat mengembangkan strategi pembelajaran yang memicu dan mendukung berkembangnya proses penalaran matematis siswa.

A. Pengertian Penalaran Matematis

Penalaran adalah kemampuan untuk berpikir, memahami, dan membentuk opini atau penilaian yang didasarkan pada fakta-fakta (Kaur, 2009; Kaur, 2018). Dalam ranah pendidikan matematika, Sriraman, Yaftian dan Lee (2011) mendefinisikan penalaran matematik sebagai suatu garis pemikiran yang diadopsi untuk menghasilkan pernyataan dan mencapai kesimpulan dalam memecahkan masalah atau argumen yang dihasilkan untuk meyakinkan diri dan orang lain dari kebenaran suatu pernyataan. Penalaran matematik mengacu pada kemampuan merumuskan masalah, membangun argumen, menjelaskan solusi serta meyakinkan diri bahwa hasilnya adalah benar (Aineamani, 2011). Penalaran matematik merupakan habits of mind yang harus

dikembangkan melalui penggunaan yang konsisten dalam berbagai konteks dan mulai dibiasakan dari sejak awal tingkatan kelas.

Kemampuan penalaran matematik sangat diperlukan setiap individu, khususnya peserta didik, dalam kaitannya dengan membuat keputusan pada proses pemecahan masalah, lebih luasnya dalam pengambilan keputusan hidup yang penting (Vince, 2011; Goethals, 2013). Keputusan akan lebih baik jika dilakukan dengan mengumpulkan fakta-fakta, meminta saran dan mempertimbangkan konsekuensi dari berbagai pilihan. Proses berpikir semacam itu, bernalar dari fakta-fakta yang diketahui sampai mencapai kesimpulan-kesimpulan logis, merupakan pusat dari matematika dan aspek penting dalam memecahkan masalah di setiap level kehidupan (California High School Exit Examination, 2010). Kaur (2009) menyatakan bahwa, "learning of mathematics is virtually impossible without reasoning," untuk menekankan bahwa kemampuan penalaran merupakan aspek penting dalam keberlangsungan pembelajaran matematika peserta didik. Penalaran merupakan ciri krusial dalam matematika sebab kemampuan ini diperlukan dalam mengembangkan domain kognitif kategori analisis (Collins, 2014). Penalaran dalam tahap analisis diperlukan peserta didik untuk memecah konsep ke dalam bagian-bagian yang lebih spesifik, menentukan bagaimana bagian-bagian tersebut saling terkait satu sama lain, membuat grafik, diagram atau representasi lain yang dapat mewakili suatu konsep tersebut.

NCTM (2000) menguraikan proses standar penalaran matematika dalam program pengajaran sebagai berikut.

- Instructional programs for prekindergarten through grade 12 should enable all students to:
- a. recognize reasoning and proof as fundamental aspects of mathematics;
 - b. make and investigate mathematical conjectures;
 - c. develop and evaluate mathematical arguments and proofs;
 - d. select and use various types of reasoning and methods of proof.

Ministry of Education of Ontario (2005) menyebutkan dalam Mathematical Process Expectations untuk kemampuan penalaran dalam pembelajaran matematika secara umum yaitu agar siswa

- develop and apply reasoning skills (e.g., recognition of relationships, generalization through inductive reasoning, use of counter examples) to:
- a. make mathematical conjectures, assess conjectures, and justify conclusions;
 - b. plan and construct organized mathematical arguments.

Sementara Pinellas County School (2000) membuat indikator penalaran ke dalam tiga aspek yaitu:

- a. make and investigate mathematical conjectures;
- b. develop and evaluate mathematical arguments;
- c. select and use various types of reasoning.

Dalam perkembangannya penalaran tidak hanya membatasi pada proses penarikan kesimpulan semata, melainkan keseluruhan proses dari kapasitas berpikir logis tentang hubungan antara konsep dan situasi melalui kegiatan refleksi, eksplanasi, dan justifikasi atas kesimpulan yang diambil, lebih dikenal dengan istilah penalaran adaptif (Findell, Swafford, & Kilpatrick, 2001). Kemampuan penalaran adaptif memungkinkan peserta didik untuk mempertimbangkan suatu alternatif pendekatan untuk mengikuti logika matematika dari suatu bukti yang diajukan, mencatat kontradiksi atau ketidakkonsistenan, dan menjustifikasi setiap kesimpulan (Siegfried, 2012). Terkait justifikasi, Findell, Swafford, dan Kilpatrick (2001) menyatakan bahwa justifikasi yang diberikan tidak memerlukan bukti formal, melainkan argumentasi rasional yang cukup. Peserta didik menggunakan penalaran adaptif sebagai navigasi dalam melihat keselarasan dan kelogisan antara fakta, prosedur, konsep dan metode solusi (Langa, 2006). Pada penalaran adaptif tidak hanya mencakup penalaran deduktif berdasarkan pembuktian formal dan pengambilan kesimpulan secara deduktif tetapi mencakup juga intuisi dan penalaran induktif yang berdasarkan pada pola, analogi, dan metafora.

Sumarmo (2010) memberikan beberapa kegiatan yang tergolong pada penalaran deduktif, seperti 1) melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan atau rumus tertentu, 2) menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, membuktikan, dan menyusun argumen yang valid, dan 3) menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung, dan pembuktian

dengan induksi matematika. Adapun kegiatan-kegiatan yang tergolong dalam penalaran induktif, yaitu: 1) transduktif, menarik kesimpulan dari satu kasus atau sifat khusus yang satu diterapkan pada kasus khusus lainnya, 2) analogi, penarikan kesimpulan berdasarkan keserupaan data atau proses, 3) generalisasi, penarikan kesimpulan umum berdasarkan sejumlah data yang teramati, 4) memperkirakan jawaban, solusi atau kecenderungan (intrapolasi dan ekstrapolasi), 5) memberi penjelasan terhadap model, fakta, sifat, hubungan, atau pola yang ada, dan 6) menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dan menyusun dugaan (conjecture) (Sumarmo, 2010).

Kemampuan penalaran memberikan kontribusi yang besar dalam membantu pengambilan keputusan individu, seperti yang ditekankan oleh Johnson-Laird & Shafir (1993), bahwa

Human beings use their knowledge to decide what to do and to infer how best to achieve their goals. They reason in order to make decisions and to justify them both to themselves and others; they reason in order to determine the consequences of their beliefs and of their hypothetical actions; they reason to work out plans of action.

Selain itu, kemampuan penalaran matematik dipandang sebagai pembentuk dasar dari pemahaman matematika. Oleh karena pemahaman matematika bergantung pada penalaran, maka kemampuan ini sangat penting dikembangkan pada peserta didik untuk membangun pengetahuan matematika dan lebih jauhnya mereka dapat menjadi

pengambil keputusan yang baik dalam menyelesaikan suatu tugas atau memecahkan masalah (Mueller & Maher, 2010). Mengupayakan peserta didik memiliki kemampuan penalaran optimal melalui pembelajaran matematika formal merupakan hal yang penting. Dengan penalaran matematik, peserta didik mampu menerapkan ide-ide matematika pada situasi baru dan mampu mengembangkan kemampuan pemecahan masalah.

B. Indikator Penalaran Matematis

Indikator penalaran matematis merujuk pada pemaparan Pinellas County School (2000) dan Sumarmo (2010) yang sudah dikembangkan oleh Oktaviyanthi (2019) dan disesuaikan dengan bahan ajar tersaji pada Tabel 1.

Tabel 1 Indikator Penalaran Adaptif

Indikator Penalaran		
Indikator Umum	Indikator Teknis	Indikator Teknis Konsep Limit
<i>Make and investigate mathematical conjectures</i>	Memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat, dan hubungan	Memberikan penjelasan mengenai hubungan x yang mendekati suatu bilangan tertentu dengan nilai $f(x)$ -nya
	Menarik kesimpulan logik dari	Menarik kesimpulan logik dari hubungan

Indikator Penalaran		
Indikator Umum	Indikator Teknis	Indikator Teknis Konsep Limit
	penggunaan model, fakta, sifat, dan hubungan tersebut	perhitungan limit secara numerik dengan nilai $f(x)$
	Menyusun dan menguji konjektur	Memberikan alasan terhadap solusi dalam mencari nilai limit suatu fungsi
<i>Develop and evaluate mathematical arguments</i>	Memberikan alasan terhadap solusi untuk masalah yang dihadapi	Menarik generalisasi bahwa nilai limit L dari suatu fungsi $f(x)$ di titik c tidak bergantung pada nilai $f(c)$
	Memperkirakan jawaban dan proses solusi	Menyusun dan menguji ada atau tidaknya nilai limit suatu fungsi
	Menarik analogi dan generalisasi	Memperkirakan jawaban dari proses menyusun dan menguji ada atau tidaknya nilai limit suatu fungsi
<i>Select and use various</i>	Menyusun pembuktian	Menganalisis nilai limit suatu fungsi

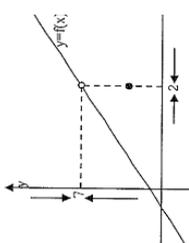
Indikator Penalaran		
Indikator Umum	Indikator Teknis	Indikator Teknis Konsep Limit
<i>types of reasoning</i>		konstan dengan menggunakan pola
	Menganalisis situasi matematika dengan menggunakan pola dan hubungan	Menyusun pembuktian nilai limit suatu fungsi dengan definisi formal limit

C. Contoh Soal dan Pembahasan Penalaran Matematis

Tabel 2 berikut merupakan salah satu contoh pengembangan soal untuk menstimulasi kemampuan penalaran matematis pada mata kuliah Kalkulus Bab Limit Fungsi untuk mahasiswa tingkat pertama semester satu.

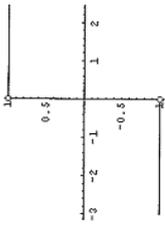
Tabel 2. Contoh Pengembangan Soal Penalaran Matematis

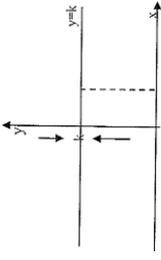
Kemampuan matematis yang diukur	Indikator	No soal	Jawaban soal							
				<p>Memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat, dan hubungan</p> <p>A1.1</p>						
Penalaran Adaptif	<p>Di bawah ini merupakan tabel perhitungan secara numerik nilai $\lim_{x \rightarrow 3} x^2$. Jelaskan pendapat Anda, apa yang dapat disimpulkan dari tabel tersebut!</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$f(x) = x^2$</td> <td>$f(x) = x^2$</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>4</td> <td>16</td> <td>4</td> </tr> </table>	x	$f(x) = x^2$	$f(x) = x^2$	x	2	4	16	4	<p>Dari tabel tampak bahwa jika x dibuat sedekat mungkin dengan 3, baik sebelum maupun sesudah 3, maka nilai $f(x)$ akan semakin dekat dengan 9.</p>
x	$f(x) = x^2$	$f(x) = x^2$	x							
2	4	16	4							

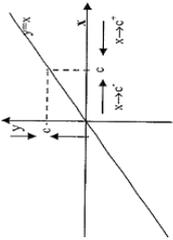
Kemampuan matematis yang diukur	Indikator	No soal	Jawaban soal																												
A1. 2	Menarik kesimpulan logik dari penggunaan model, fakta, sifat, dan hubungan tersebut	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>2,5</td><td>6,25</td><td>12,25</td><td>3,5</td></tr> <tr><td>2,7</td><td>7,29</td><td>10,89</td><td>3,3</td></tr> <tr><td>2,8</td><td>7,84</td><td>10,24</td><td>3,2</td></tr> <tr><td>2,9</td><td>8,41</td><td>9,61</td><td>3,1</td></tr> <tr><td>2,99</td><td>8,9401</td><td>9,0601</td><td>3,01</td></tr> <tr><td>2,999</td><td>8,99401</td><td>9,00601</td><td>3,001</td></tr> <tr><td>2,9999</td><td>8,999401</td><td>9,000601</td><td>3,0001</td></tr> </table>	2,5	6,25	12,25	3,5	2,7	7,29	10,89	3,3	2,8	7,84	10,24	3,2	2,9	8,41	9,61	3,1	2,99	8,9401	9,0601	3,01	2,999	8,99401	9,00601	3,001	2,9999	8,999401	9,000601	3,0001	Dengan demikian, hal ini berarti bahwa $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = 9$.
	2,5	6,25	12,25	3,5																											
2,7	7,29	10,89	3,3																												
2,8	7,84	10,24	3,2																												
2,9	8,41	9,61	3,1																												
2,99	8,9401	9,0601	3,01																												
2,999	8,99401	9,00601	3,001																												
2,9999	8,999401	9,000601	3,0001																												
A2. 1	Memberikan alasan terhadap solusi untuk masalah yang dihadapi	<p>Gambarkan grafik fungsi $f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x \neq 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$, dan gunakan grafik tersebut untuk mencari nilai $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$</p>																													

Kemampuan matematis yang diukur	Indikator	No soal	Jawaban soal
			<p>Dari grafik dapat dilihat untuk x mendekati 2, maka nilai $f(x)$ akan mendekati 7. Pada kenyataannya secara numerik, dengan memilih x sedekat mungkin dengan 2, nilai $f(x)$ juga akan sedekat mungkin dengan 7.</p>

Kemampuan matematis yang diukur	Indikator	No soal	Jawaban soal
A2.3	Menarik analogi dan generalisasi	<p>Dari pemahaman limit no. 2 di atas, apa yang dapat Anda simpulkan? Jelaskan pendapat Anda!</p> <p>3</p>	

Kemampuan matematis yang diukur	Indikator	No soal	Jawaban soal
	A1. 3	Diketahui $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$ tidak memiliki nilai limit. Apakah Anda setuju dengan pernyataan tersebut? Jelaskan pendapat Anda!	 <p>Dari grafik dapat diketahui bahwa ketika x mendekati 0 dan negative, maka nilai f sama dengan -1. Sedangkan ketika x mendekati 0 dan positif, maka nilai f sama dengan 1.</p>

Kemampuan matematis yang diukur	Indikator	No soal	Jawaban soal
A2. 2	Memperkirakan jawaban dan proses solusi		Karena untuk x mendekati 0 dihasilkan dari dua nilai f yang berbeda, maka nilai $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ tidak ada.
A3. 2	Menganalisis situasi matematika dengan menggunakan pola dan hubungan	5	 <p>Fungsi adalah fungsi konstan, dengan</p> $f(x) = k$ <p>Dengan menggunakan grafik, tunjukkan dan jelaskan bahwa:</p> <p>a. $\lim_{x \rightarrow c} k = k$</p>

Kemampuan matematis yang diukur	Indikator	No soal	Jawaban soal
		<p>b. $\lim_{x \rightarrow c} x = c$</p>	<p>grafiknya berupa garis mendatar. Untuk setiap titik c sembarang, jika x dekat dengan c, nilai f sama dengan k, sehingga $\lim_{x \rightarrow c} k = k$.</p>  <p>Grafik fungsi berupa $f(x) = x$</p>

Kemampuan matematis yang diukur	Indikator	No soal	Jawaban soal
			<p>garis lurus yang membentuk sudut 45 derajat dengan sumbu x. Untuk titik c sembarang, jika x mendekati c, nilai f juga sama dengan c, sehingga $\lim_{x \rightarrow c} x = c$.</p> <ul style="list-style-type: none"> Ambil $\varepsilon > 0$, sehingga $\left \frac{x-1}{x+1} - 0 \right = \left \frac{x-1}{x+1} \right < \varepsilon$.
		Tunjukkan bahwa: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+1} = 0$	
A3.1	Menyusun pembuktian	6	

Kemampuan matematis yang diukur	Indikator	No soal	Jawaban soal
			<ul style="list-style-type: none"> • Karena $x + 1 > 0$, maka $x - 1 < \varepsilon x + 1$. • Dalam hal ini, jika ε merupakan bilangan yang cukup kecil, maka $\varepsilon x + 1 = \delta > 0$ juga akan merupakan bilangan yang cukup kecil.

Kemampuan matematis yang diukur		Indikator		No soal		Jawaban soal	<ul style="list-style-type: none"> • Sehingga setiap $\varepsilon > 0$ ada $\delta = \varepsilon x + 1 > 0$, sedemikian sehingga $\left \frac{x-1}{x+1} - 0 \right = \left \frac{x-1}{x+1} \right < \varepsilon$, jika $x - 1 < \delta$. • Hal ini menyatakan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+1} = 0$ adalah benar.
---------------------------------	--	-----------	--	---------	--	--------------	--

Daftar Pustaka

- Aineamani, B. (2011). *Communicating mathematics reasoning in multilingual classrooms in South Africa (Doctoral dissertation, University of the Witwatersrand)*.
- California High School Exit Examination. (2010). *Mathematical Reasoning. US: California Departement of Education*.
- Collins, R. (2014). *Research Feature Skills for The 21st Century: Teaching Higher Order Thinking. Briefings: A Monthly Member Publication of Independent Schools Queensland, Volume 18, Issue 3 (April)*. Australia: Independent Schools Queensland.
- Findell, B., Swafford, J., & Kilpatrick, J. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academies Press.
- Goethals, P. L. (2013). *The pursuit of higher-order thinking in the mathematics classroom: a review*. United States Military Academy, West Point, NY.
- Kaur, B. (2009). Reasoning and communication in the mathematics classroom—some 'what's' strategies. *In MAV Annual Conference 2009 (pp. 118-123)*.
- Kaur, B. (2018). *Reasoning and communication in the mathematics classroom*. OER Knowledge Bites.
- Ministry of Education of Ontario. (2005). *The Ontario Curriculum –Mathematics*. [Online] Tersedia:

<http://www.ncpublicschools.org/docs/curriculum/mathematics/scos/math2003.pdf> [Diakses 24 April 2024].

Mueller, M. F., & Maher, C. A. (2010). Promoting equity through reasoning. *teaching children mathematics*, 16(9), 540-547.

NCTM. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. [Online] Tersedia: <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=26862> [Diakses 24 April 2024].

Oktaviyanthi, R. (2019). *Meningkatkan Kemampuan Penalaran Adaptif, Pengambilan Keputusan dan Self-directed Learning Mahasiswa Pendidikan Matematika Melalui Pembelajaran Cognitive Apprenticeship Berbantuan Self-paced Video* (Doctoral dissertation, Universitas Pendidikan Indonesia).

Pinellas County Schools (PCS). (2005). *Mathematical Power For All Students K-12*. [Online] Tersedia: <http://fcit.usf.edu/fcat8m/resource/mathpower/fullpower.pdf> [Diakses 24 April 2024].

Siegfried, J. Z. M. (2012). *The hidden strand of mathematical proficiency: defining and assessing for productive disposition in elementary school teachers' mathematical content knowledge*. University of California, San Diego.

Sriraman, B., Yaftian, N., & Lee, K. H. (2011). Mathematical creativity and mathematics

education: A derivative of existing research. *In The elements of creativity and giftedness in mathematics (pp. 119-130)*. Brill.

Sumarmo, U. (2010). *Berfikir dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Dikembangkan Pada Peserta Didik*. [Online] Tersedia: <http://math.sps.upi.edu/wp-content/uploads/2010/02/BERFIKIR-DAN-DISPOSISI-MATEMATIK-SPS-2010.pdf> [Diakses 24 April 2024].

Vince, M. (2011). *Reasoning in Every Day Life*. Slovakia: Departement of Applied Informatics, Comenius University in Bratislava.

BAB 5

KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS

Nurul Husnah Mustika Sari

Tujuan:

Setelah mempelajari Bab ini, pembaca diharapkan:

1. Memahami konsep berpikir kritis
2. Menyebutkan indikator berpikir kritis
3. Mengembangkan soal/pembahasan berpikir kritis matematis

Pendahuluan

Pada era society 5.0, manusia perlu mengembangkan kemampuan berpikir agar tidak kalah dengan teknologi yang diciptakannya. Berpikir merupakan proses luar biasa yang kita lakukan untuk membuat sesuatu menjadi masuk akal. Salah satu jenis berpikir adalah berpikir kritis. Berpikir kritis sudah ada bahkan sejak 2500 tahun yang lalu. Socrates melalui metodenya yaitu Socrates Questioning atau probing question, yaitu mempertanyakan pertanyaan, telah mengaplikasikan berpikir kritis. Apa itu berpikir kritis dan bagaimana cara mengembangkannya, akan kita bahas pada bab ini.

A. Pengertian Berpikir Kritis Matematis

Ennis (1991) menyatakan bahwa *critical thinking is reasonable reflective thinking focused on what to believe or do*. Berpikir kritis adalah pemikiran reflektif yang masuk akal yang difokuskan pada apa yang harus dipercaya atau dilakukan. Lebih lanjut Ennis menjelaskan bahwa berpikir kritis merupakan bagian dari proses pemecahan masalah.

Senada dengan Ennis, Vaughn (2008) mendefinisikan *critical thinking* sebagai *the systematic evaluation or formulation of beliefs, or statements, by rational standards*. Berpikir kritis bersifat sistematis karena berpikir kritis melibatkan prosedur dan metode yang berbeda. Berpikir kritis memerlukan evaluasi dan formulasi karena berpikir kritis digunakan untuk menilai keyakinan yang ada dan membuat keyakinan baru. Berpikir kritis beroperasi sesuai standar yang masuk akal dimana keyakinan dinilai berdasarkan alasan dan memberikan alasan yang mendukung. Menurut Facione (2011), berpikir kritis merupakan kemampuan untuk berdiskusi dan mengevaluasi.

Berdasarkan beberapa pendapat ahli tersebut dapat disimpulkan bahwa berpikir kritis merupakan proses intelektual yang melibatkan analisis, evaluasi, penalaran, interpretasi, dan penjelasan. Berpikir kritis berfokus pada evaluasi informasi dan argumen untuk membuat keputusan yang lebih baik serta memahami dunia di sekitar kita.

Menurut Cottrell (2023), berpikir kritis sebagai siswa memiliki makna sebagai berikut:

- a. mencari tahu di mana letak bukti terbaik mengenai subjek yang sedang didiskusikan;
- b. mengevaluasi kekuatan bukti untuk mendukung argumen yang berbeda;
- c. mencapai kesimpulan sementara mengenai arah dari bukti-bukti yang ada;
- d. menyusun alur pemikiran untuk memandu audiens melalui bukti-bukti dan mengarahkan mereka pada kesimpulan;
- e. memilih contoh terbaik;
- f. memberikan bukti untuk mengilustrasikan argumen Anda.

Berpikir kritis matematis merupakan kemampuan untuk menganalisis informasi matematis, mengevaluasi solusi, dan menarik kesimpulan yang logis. Kemampuan ini melibatkan berbagai keterampilan, seperti pemahaman konsep matematika (memahami definisi, rumus, dan teorema dalam matematika), kemampuan memecahkan masalah (menerapkan konsep matematika untuk memecahkan masalah yang kompleks), penalaran logis (menarik kesimpulan dari informasi yang tersedia dan untuk mengevaluasi argumen secara logis), komunikasi matematis (menjelaskan pemikiran matematis secara jelas dan ringkas), serta kreatif (menghasilkan solusi yang inovatif dan orisinal untuk masalah matematika).

B. Dasar Berpikir Kritis

Terdapat tiga bangunan dasar dalam berpikir kritis yaitu klaim, isu, dan argument (Moore & Parker, 2009)

1. Klaim

Klaim adalah kalimat yang bisa bernilai benar atau bisa bernilai salah. Sebagai contoh, klaim bahwa Indonesia adalah negara kepulauan merupakan klaim yang benar. Banyak klaim yang hanya membutuhkan sedikit evaluasi kritis bahkan ada yang tidak memerlukan untuk dikritisi, yaitu klaim yang sudah jelas benar atau sudah jelas salah. Namun banyak klaim yang harus diselidiki dan dievaluasi.

2. Isu

Isu merupakan sebuah pertanyaan atau masalah yang perlu dipecahkan atau dibahas. Isu biasanya kontroversial dan memiliki lebih dari satu sudut pandang. Isu merupakan pertanyaan berdasarkan suatu klaim. Pertanyaan "Apakah A lebih tinggi daripada B?" merupakan isu. Sementara jawaban dari pertanyaan itu yaitu "A lebih tinggi daripada B" bernilai benar atau salah, merupakan klaim.

3. Argumen

Argumen merupakan unsur terpenting dalam berpikir kritis. Argument merupakan alasan yang dibuat untuk mendukung atau

menolak klaim. Argumen terdiri dari premis dan kesimpulan. Premis adalah pernyataan yang mendukung kesimpulan. Kesimpulan adalah pernyataan utama yang ingin dibuktikan oleh argumen.

C. Indikator Berpikir Kritis Matematis

Menurut Ennis (1991), orang yang berpikir kritis memiliki kemampuan berikut:

1. Membuat klarifikasi dasar yang meliputi fokus pada pertanyaan, menganalisis argument, bertanya dan menjawab klarifikasi
2. Membuat keputusan yang meliputi menilai kredibilitas suatu sumber serta mengamati dan menilai laporan pengamatan
3. Menyimpulkan yang meliputi menilai deduksi, membuat kesimpulan, membuat dan menilai penilaian
4. Membuat klarifikasi lanjut yang meliputi mendefinisikan istilah dan menilai definisi, menggunakan kriteria yang sesuai, atribut asumsi yang tidak dinyatakan
5. Membuat anggapan dan integrasi yang meliputi mempertimbangkan dan memikirkan kembali premis, pertimbangan ulang, asumsi, posisi, dan proposisi lain yang tidak mereka setujui atau ragu-ragu serta mengintegrasikan disposisi dan kemampuan lain dalam membuat dan mempertahankan suatu Keputusan
6. Menguasai kemampuan tambahan berupa (a) memproses sesuatu dengan urutan sesuai situasi, (b) peka terhadap perasaan, tingkat

pengetahuan, dan tingkat kecanggihan orang lain, serta (c) menggunakan strategi retorik yang tepat dalam diskusi dan presentasi (lisan dan tulisan), termasuk menggunakan dan bereaksi terhadap label "kekeliruan" dengan cara yang tepat.

Ennis (1991) lebih lanjut menekankan bahwa terdapat 6 langkah yang diperlukan untuk mengambil keputusan tentang apa yang harus diyakini atau dilakukan yang disingkat dengan FRISCO, yaitu

1. Focus (fokus): mengidentifikasi dan mempertahankan fokus pada masalah atau isu yang sedang dibahas
2. Reason (alasan): mengidentifikasi dan menilai penerimaan alasan.
3. Inference (menyimpulkan): menilai kualitas kesimpulan, dengan asumsi alasannya dapat diterima
4. Situation (situasi): memperhatikan situasi, mempertimbangkan konteks dan situasi yang relevan ketika mengevaluasi informasi dan argument
5. Clarity (Kejelasan): memeriksa untuk memastikan kejelasan Bahasa
6. Overview (Meninjau Kembali): mundur dan melihat semuanya secara keseluruhan. Meninjau kembali keseluruhan proses berpikir untuk memastikan keakuratan dan kelengkapan.

Facione (2011) mengungkapkan bahwa indikator berpikir kritis meliputi interpretasi, analisis, inferensia, evaluasi, menjelaskan, dan regulasi diri. Interpretasi merupakan kemampuan untuk memahami dan menjelaskan makna atau signifikansi dari berbagai macam pengalaman, situasi, data, peristiwa, penilaian, konvensi, kepercayaan, aturan, prosedur, atau kriteria.

Analisis adalah kemampuan untuk mengidentifikasi hubungan dari berbagai pernyataan, pertanyaan, konsep, deskripsi, atau bentuk representasi lain yang dimaksudkan untuk mengungkapkan keyakinan, penilaian, pengalaman, alasan, informasi, atau pendapat. Evaluasi berarti menilai kredibilitas pernyataan. Inferensia bermakna mengidentifikasi dan mengamankan elemen yang dibutuhkan untuk membuat kesimpulan yang masuk akal. Eksplanasi atau menjelaskan bermakna mampu mempresentasikan penalaran secara meyakinkan dan koheren. Sementara regulasi diri bermakna kesadaran diri untuk memantau aktivitas kognitif, elemen yang digunakan dalam aktivitas tersebut dan hasil yang dihasilkan, khususnya dengan menerapkan keterampilan dalam analisis, dan evaluasi terhadap penilaian inferensial seseorang dengan maksud untuk mempertanyakan, mengkonfirmasi, memvalidasi, atau mengoreksi alasan seseorang.

Tabel 1. Indikator Berpikir Kritis Menurut Facione

Indikator	Sub indikator
Interpretasi	<ul style="list-style-type: none">✓ Mengkategorikan✓ Memperjelas arti✓ Menguraikan makna
Analisis	<ul style="list-style-type: none">✓ Memeriksa ide✓ Mengidentifikasi argument✓ Mengidentifikasi alasan dan klaim
Inferensia	<ul style="list-style-type: none">✓ Membuktikan pernyataan✓ Membuat dugaan alternatif✓ Menarik kesimpulan yang valid atau dapat dipertimbangkan secara logis.
Evaluasi	<ul style="list-style-type: none">✓ Menilai kredibilitas klaim✓ Menilai kualitas alasan yang dibuat dengan menggunakan penalaran induktif ataupun deduktif
Eksplanasi	<ul style="list-style-type: none">✓ Menyatakan hasil✓ Menjustifikasi prosedur✓ Memberikan argumenr
Regulasi diri	<ul style="list-style-type: none">✓ Monitor diri✓ Mengoreksi diri.

Menurut Facione (2011), terdapat 5 langkah berpikir kritis pemecahan masalah yang disebut dengan IDEAS, yaitu:

1. Identify (Identifikasi): mengidentifikasi masalah atau situasi spesifik yang ingin dipecahkan.
2. Define (Definisikan): mendefinisikan informasi yang relevan dan memperdalam pemahaman.
3. Enumerate (enumerasi): enumerasi pilihan dan mengantisipasi onsekuensinya
4. Assess (menilai): menilai situasi dan membuat keputusan awal
5. Scrutinize (perhatikan): mempperhatikan prosesnya dan koreksi diri sesuai kebutuhan.

D. Manfaat

Cottrell (2023) manfaat dari kemampuan berpikir kritis adalah sebagai berikut:

1. Kemampuan untuk mengenali asumsi diri sendiri dan asumsi orang lain.
2. Kemampuan untuk menemukan inkonsistensi dan potensi kesalahan yang perlu diselidiki lebih lanjut.
3. Kemampuan untuk membuat keputusan yang adil dan masuk akal.
4. Lebih kecil kemungkinannya untuk disesatkan atau ditipu.
5. Kemampuan untuk memperhatikan apa yang relevan dan signifikan sehingga menghemat waktu dan tenaga.

6. Kemampuan untuk memberikan akurasi dan presisi yang lebih besar pada berbagai bagian tugas.
7. Pemikiran dan komunikasi yang lebih jernih.
8. Keterampilan pemecahan masalah yang lebih baik, seperti dalam mengidentifikasi di mana perbaikan dapat dilakukan dan mengevaluasi solusi potensial.
9. Kemampuan untuk mengambil pendekatan sistematis, untuk memastikan hal-hal penting tidak terabaikan.
10. Kecepatan dan keakuratan yang lebih tinggi dalam menganalisis informasi yang kompleks.
11. Keyakinan dalam menghadapi permasalahan dan tantangan yang lebih kompleks.
12. Kemungkinan melihat dunia melalui mata yang berbeda – dengan kesadaran yang lebih tajam.

E. Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kritis Matematis

Beberapa hal yang dapat dilakukan guru untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis siswa antara lain:

1. Mendorong siswa untuk mengevaluasi atau mendiskusikan solusi yang berbeda, bukan hanya meminta siswa mencari solusi suatu masalah
2. Mendorong siswa untuk memverifikasi solusi masalah melalui bukti tambahan
3. Membiasakan siswa untuk mengidentifikasi permasalahan atau pertanyaan yang akan dicari jawabannya

4. Menggunakan internet untuk mendorong siswa berpikir kritis matematis (Glazer, 2001)
5. Menggunakan strategi pembelajaran aktif (Fadhlullah & Ahmad, 2017)

F. Contoh Soal dan Pembahasan Berpikir Kritis Matematis

Untuk mendapatkan gambaran mengenai kemampuan berpikir kritis matematis, berikut beberapa contoh soal dan pembahasan berpikir matematis.

1. Esti ingin membeli detergen secara online di suatu market place. Esti telah memutuskan untuk membeli di toko A, yang memberikan beberapa pilihan untuk detergen seperti pada gambar berikut.

(i)

(ii)

(iii)

Jika ekspedisi menghitung 0-1,3 kg sebagai 1 kg, maka bantulah Esti memilih detergen untuk dibeli.

Pembahasan:

Ongkos kirim untuk ketiga jenis pilihan detergen adalah sama karena 1,2 kg terhitung sebagai 1 kg, sehingga massa detergen (yang berpengaruh ke ongkos kirim) bisa diabaikan.

- ✓ Harga per gram untuk pilihan (i) adalah $Rp10.000/400=Rp25$
- ✓ Harga per gram untuk pilihan (ii) adalah $Rp27.200/770=Rp35,3$
- ✓ Harga per gram untuk pilihan (i) adalah $Rp40.800/1200=Rp34$

Jadi, Esti sebaiknya memilih pilihan (i) yaitu detergen dengan mass 400 gr.

2. Arga memiliki uang Rp35.000,00. Arga menggunakan uang tersebut untuk keperluan sehari-hari dengan rincian sebagai berikut.

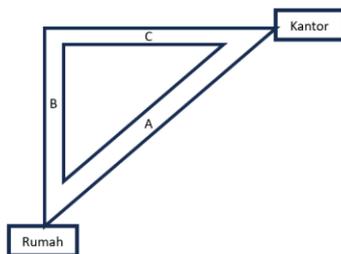
	Pengeluaran	Sisa
Membeli Pulsa	Rp15.000,00	Sisa Rp35.000,00
Membeli mie ayam	Rp25.000,00	Sisa Rp10.000,00
Membeli es jeruk	Rp6.000,00	Sisa Rp.4.000,00
Membeli gorengan	Rp4.000,00	Sisa 0
Jumlah	Rp50.000,00	Rp49.000,00

Arga bingung mengapa hasil perhitungan yang dia peroleh berbeda (selisih Rp1.000,00). Bantulah Arga dalam mengoreksi perhitungan.

Pembahasan:

Perhitungan pengeluaran yang dilakukan Arga sudah benar yaitu $\text{Rp}15.000,00 + \text{Rp}25.000,00 + \text{Rp}6.000,00 + \text{Rp}4.000,00 = \text{Rp}50.000,00$. Sementara itu perhitungan pada kolom sisa tidak memiliki makna yang sama bahwa pengeluaran Arga adalah Rp49.000. Pada kolom sisa tertulis sisa terakhir adalah 0. Hal ini bermakna bahwa seluruh uang Arga (Rp50.000,00) telah habis.

3. Dian akan berangkat kerja dari rumahnya menuju kantor. Berikut denah rumah Dian.



Dian selalu memilih untuk menempuh jalan A, bukan jalur B dilanjutkan C. Apakah kamu mendukung keputusan Dian? Berikan alasan.

Pembahasan:

Setuju dengan keputusan Dian karena jalur A lebih pendek daripada gabungan jalur B dan C. Hal ini dikarenakan jalur A dapat dikatakan sebagai sisi suatu segitiga. Jumlah panjang sisi suatu segitiga selalu lebih dari sisi lainnya.

Daftar Pustaka

- Cottrell, S. (2023). *Critical Thinking Skills: Effective analysis, argument and reflection* (Fourth Edi). Bloomsbury Publishing Plc.
- Ennis, R. (1991). Critical Thinking: A Streamlined Conception. *Teaching Philosophy*, 14(1), 5–24.
- Facione, P. a. (2011). *Critical Thinking : What It Is and Why It Counts*. In *Insight assessment* (Issue ISBN 13: 978-1-891557-07-1.). <https://www.insightassessment.com/CT-Resources/Teaching-For-and-About-Critical-Thinking/Critical-Thinking-What-It-Is-and-Why-It-Counts/Critical-Thinking-What-It-Is-and-Why-It-Counts-PDF>
- Fadhullah, A., & Ahmad, N. (2017). Thinking Outside of the Box: Determining Students' Level of Critical Thinking Skills in Teaching and Learning. *Asian Journal of University Education*, 52–70.
- Glazer, E. (2001). Using Internet primary sources to teach critical thinking skills in mathematics. *In Choice Reviews Online* (Vol. 40, Issue 01). Greenwood Press. <https://doi.org/10.5860/choice.40-0436>
- Moore, B. N., & Parker, R. (2009). *Critical Thinking* (9th ed.). McGraw-Hill Higher Education. <https://doi.org/10.1111/j.1095-8339.1867.tb00425a.x>
- Vaughn, L. (2008). *Second Edition Effective Reasoning About Ordinary and Extraordinary Claims* (2nd ed.). Oxford University Press. <http://www.oup.com>

BAB 6

KEMAMPUAN KONEKSI MATEMATIS

Nurma Izzati

Tujuan:

Setelah mempelajari Bab ini, pembaca diharapkan:

1. Memahami konsep kemampuan koneksi matematis
2. Memahami indikator kemampuan koneksi matematis
3. Mengembangkan soal/pembahasan kemampuan koneksi matematis

Pendahuluan

Matematika merupakan ilmu yang terintegrasi dan tersusun secara hierarkis, terstruktur, logis, dan sistematis mulai dari konsep yang paling sederhana sampai pada konsep yang paling kompleks. Semua konsep saling terkait satu sama lain. Hal ini sesuai dengan pernyataan Bruner (Ruseffendi, 1991) yang menyatakan bahwa tidak ada konsep atau operasi matematika yang tidak terkoneksi dengan konsep atau operasi lain dalam suatu sistem, karena merupakan suatu kenyataan bahwa esensi matematika merupakan sesuatu yang terkait dengan

sesuatu yang lain. Sehingga untuk memahami matematika di perlukan kemampuan untuk melihat keterkaitan antar kosep dalam matematika, keterkaitan antara konsep matematika dengan disiplin ilmu lain, dan keterkaitan dengan kehidupan sehari-hari. Kemampuan mengkaitkan hubungan antar konsep-konsep matematika ini disebut dengan kemampuan koneksi matematis.

Kemampuan koneksi matematis merupakan salah satu kemampuan yang wajib dimiliki setelah mempelajari matematika. Hal ini sesuai dengan standar utama dalam pembelajaran matematika yang terdapat pada Standar National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) yaitu: kemampuan pemecahan masalah (problem solving), kemampuan komunikasi (communication), kemampuan koneksi (connection), kemampuan penalaran (reasoning), dan kemampuan representasi (representation). Kemampuan koneksi matematis sangat diperlukan dalam keberhasilan belajar matematika, karena materi matematika yang saling terkait baik antar materi yang dipelajari dalam matematika, maupun terkait dengan pelajaran-pelajaran lain diluar matematika, serta terkait dengan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

A. Pengertian Kemampuan Koneksi Matematis

Kemampuan Koneksi matematika atau mathematical connection berasal dari kata 'connection' dalam bahasa Inggris yang berarti hubungan atau kaitan. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), koneksi adalah hubungan yang

dapat memudahkan (melancarkan) segala urusan (kegiatan). Koneksi matematis kemudian dipopulerkan oleh NCTM dan dijadikan sebagai salah satu standar kurikulum pada pelajaran matematika.

Koneksi matematika dapat diartikan sebagai keterkaitan antara konsep-konsep matematika secara internal yaitu hubungan keterkaitan antar konsep dalam matematika itu sendiri ataupun keterkaitan secara eksternal, yaitu keterkaitan antara konsep matematika dengan konsep dalam disiplin ilmu lain, dan keterkaitan konsep matematika dengan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Hal ini sesuai dengan pendapat Kusuma (2008) yang menyatakan bahwa kemampuan koneksi matematis adalah kemampuan seseorang dalam memperlihatkan hubungan internal dan eksternal matematika, yang meliputi koneksi antar konsep matematika, koneksi dengan disiplin ilmu lain, dan koneksi dalam kehidupan sehari-hari. Suherman (2003) juga menyatakan bahwa kemampuan koneksi matematis adalah kemampuan untuk mengaitkan konsep atau aturan matematika yang satu dengan yang lainnya, dengan bidang studi lain atau dengan aplikasi pada kehidupan nyata.

Ruang lingkup koneksi matematis mencakup pencapaian empat pilar pendidikan UNESCO, yakni: proses "learning to know", proses "learning to do", proses "learning to be", dan proses "learning to live together in peace and harmony". Dengan memiliki kemampuan koneksi matematis, maka siswa juga akan memiliki kemampuan empat pilar pendidikan UNESCO, sehingga pelajaran matematika dapat terlihat manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari.

NCTM (2000) mengklasifikasikan koneksi matematis menjadi tiga macam, yaitu: 1) koneksi antar topik matematika; 2) koneksi dengan disiplin ilmu yang lain; dan 3) koneksi dalam kehidupan sehari-hari.

Manfaat memiliki kemampuan kemampuan koneksi matematis, adalah:

1. Pemahaman yang lebih mendalam:
 - a. Dapat melihat keterkaitan yang lebih dalam antar konsep-konsep matematika, keterkaitan hubungan konsep matematika dengan konsep disiplin ilmu lain, dan keterkaitan konsep matematika dengan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.
 - b. Menghindari hafalan dan memahami inti dari konsep matematika.
2. Penerapan dalam kehidupan nyata:
 - a. Menghubungkan konsep matematika dengan disiplin ilmu lain.
 - b. Menggunakan matematika untuk memecahkan masalah dunia nyata yang kompleks.
3. Pengembangan kemampuan pemecahan masalah:
 - a. Mampu menemukan solusi yang kreatif dengan menggabungkan konsep-konsep matematika.
 - b. Mengembangkan kemampuan untuk berpikir lebih abstrak dan merumuskan konsep-konsep baru.

B. Indikator Kemampuan Koneksi Matematis

Indikator kemampuan koneksi matematis dapat digunakan untuk menilai kemampuan siswa dalam memahami hubungan dan keterkaitan antar konsep matematika, antara konsep matematika dengan disiplin ilmu lain dan kehidupan sehari-hari, dan antar representasi konsep dan prosedur matematika. Dengan memiliki kemampuan koneksi matematis yang baik, siswa dapat lebih mudah memahami konsep matematika, menyelesaikan masalah matematika, dan menerapkan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Kemampuan koneksi matematika menurut Sumarmo (2013), dapat dilihat dari indikator-indikator berikut:

1. Memahami representasi ekuivalen dari konsep yang sama;
2. Mencari hubungan prosedur matematika suatu representasi ke prosedur representasi yang ekuivalen;
3. Menemukan hubungan antar berbagai representasi konsep dan prosedur.
4. Menggunakan keterkaitan antar konsep matematika dan keterkaitan dengan bidang studi lain.
5. Menggunakan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Indikator kemampuan koneksi matematis menurut NCTM (2000) meliputi:

1. Mengenal dan menggunakan hubungan antar ide-ide matematika
2. Memahami bagaimana ide-ide pada matematika saling berhubungan satu sama lain dan menghasilkan kesatuan yang lengkap,
3. Mengenal dan menerapkan matematika kedalam konteks diluar matematika.

Kusuma (2008) mengemukakan indikator kemampuan koneksi matematis sebagai berikut:

1. Memahami representasi ekuivalen dari konsep yang sama
2. Mengenali hubungan prosedur matematika suatu representasi ke prosedur representasi yang ekuivalen
3. Menggunakan dan menilai keterkaitan antar konsep matematika dan keterkaitan di luar matematika
4. Menggunakan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Secara umum, indikator kemampuan koneksi matematis dapat dikelompokkan menjadi tiga, yaitu:

1. Koneksi antar konsep matematika.

Indikator ini menunjukkan kemampuan siswa untuk memahami hubungan dan keterkaitan antar konsep matematika, yaitu:

- a. Memahami representasi ekuivalen dari konsep yang sama
 - b. Mencari hubungan prosedur matematika suatu representasi ke prosedur representasi yang ekuivalen
 - c. Menemukan hubungan antar berbagai representasi konsep dan prosedur
 - d. Menggunakan koneksi antar konsep matematika
2. Koneksi dengan disiplin ilmu lain

Indikator ini menunjukkan kemampuan siswa untuk memahami hubungan dan keterkaitan antara matematika dengan disiplin ilmu lain, yaitu:

- a. Menggunakan matematika dalam bidang studi lain
 - b. Mengaplikasikan konsep matematika dalam konteks di luar matematika
3. Koneksi dengan kehidupan sehari-hari

Indikator ini menunjukkan kemampuan siswa untuk memahami hubungan dan keterkaitan antara matematika dengan kehidupan sehari-hari, yaitu:

- a. Menggunakan matematika kehidupan sehari-hari
- b. Mengaplikasikan konsep matematika dalam konteks kehidupan nyata sehari-hari.

C. Contoh Soal dan Pembahasan Kemampuan Koneksi Matematis

Berikut akan diberikan beberapa contoh soal-soal untuk mengembangkan kemampuan koneksi matematis.

Contoh soal koneksi matematika dengan disiplin ilmu Fisika

Jarak dari rumah Almeera ke sekolah 6 km, Jika Almeera berangkat ke sekolah pukul 6.00 WIB mengendarai sepeda dengan kecepatan 8 km/jam. Pukul berapa Almeera sampai di sekolah?

Pembahasan

Diketahui:

Jarak = 6 km

Kecepatan = 8 km/jam

Berangkat pukul 6.00 WIB

Ditanya:

Waktu tiba di sekolah

Penyelesaian:

$$\text{Waktu tempuh} = \frac{\text{Jarak}}{\text{Kecepatan}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Waktu yang diperlukan Almeera untuk tiba di sekolah adalah: 45 menit.

Jadi Almeera tiba di sekolah pukul 6.45 WIB

Contoh soal koneksi matematika (barisan bilangan) dengan disiplin ilmu ekonomi

Seera menabung uang di celengan sebesar Rp50.000 dan setiap bulan berikutnya Seera menambah tabungannya sebesar Rp10.000. per bulan. Tentukan jumlah tabungan Seera setelah 5 tahun!

Pembahasan

Diketahui:

Tabungan pertama (a) = Rp50.000

Tabungan setiap bulan (b) = Rp10.000

Menabung selama 5 tahun (n) = $5 \times 12 = 60$ bulan

Ditanya:

Jumlah tabungan setelah 5 tahun

Penyelesaian:

$$U_n = a + (n-1) b$$

$$= \text{Rp}50.000 + (60-1) \text{Rp}10.000$$

$$= \text{Rp}50.000 + (59) \text{Rp}10.000$$

$$= \text{Rp}50.000 + \text{Rp}590.000$$

$$= \text{Rp}640.000$$

Jadi jumlah tabungan Seera setelah 5 tahun adalah Rp640.000.

Contoh soal koneksi matematika (segiempat) dengan kehidupan sehari-hari

Queenara ingin memasang keramik pada lantai rumahnya dengan jenis keramik berbentuk segiempat. Panjang keempat sisi keramik tersebut 50 cm, dan diagonal-diagonalnya adalah 60 cm dan 80 cm.

- Tentukanlah jenis segiempat dari keramik tersebut! Jelaskan!
- Jika luas lantai rumah Queenara adalah 120 m^2 , maka berapakah banyaknya keramik yang di butuhkan Queenara untuk memasang keramik seluruh lantai rumahnya?
- Jika 1 dus berisi 4 buah keramik dan harga 1 dus Rp100.000, maka berapakah biaya total yang harus dikeluarkan Queenara untuk memasang keramik di seluruh lantai rumahnya?

Pembahasan

Diketahui:

Keramik berbentuk segiempat dengan:

panjang keempat sisinya = 50 cm

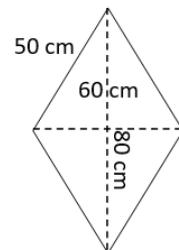
panjang diagonal-diagonalnya = 60 cm dan 80 cm.

Luas lantai = 120 m^2

= $1.200.000 \text{ cm}^2$

1 dus keramik = 4 buah keramik

Harga 1 dus keramik = Rp100.000.



Ditanya:

Jenis segiempat dari keramik tersebut

Jika luas lantai = 120 m^2 , maka berapakah banyaknya keramik yang dibutuhkan untuk memasang keramik seluruh lantai.

Biaya total yang harus dikeluarkan Queenara untuk memasang keramik di seluruh lantai rumahnya.

Penyelesaian:

Segi empat tersebut berbentuk belah ketupat, karena panjang keempat sisinya kongruen dan diagonal-diagonalnya tidak kongruen dan saling tegak lurus.

$$\text{Luas sebuah keramik} = \frac{d_1 \times d_2}{2} = \frac{80 \times 60}{2} = \frac{4800}{2} = 2400$$

Jadi luas sebuah keramik adalah 2.400 cm^2 .

Jika luas lantai = $120 \text{ m}^2 = 1.200.000 \text{ cm}^2$, maka banyaknya keramik yang dibutuhkan untuk memasang keramik seluruh lantai:

Banyak keramik = $1.200.000 : 2400 = 500$ buah keramik.

Jadi banyaknya keramik yang dibutuhkan untuk memasang keramik seluruh lantai adalah 500 buah keramik.

Karena 1 dus berisi 4 buah keramik dan Queenara memerlukan 500 buah keramik, maka Queenara memerlukan $500 : 4 = 125$ dus keramik. Jika harga

satu 1 dus keramik adalah Rp100.000 dan keramik yang diperlukan sebanyak 125 dus, maka biaya total yang harus dikeluarkan Queenara untuk memasang keramik di seluruh lantai rumahnya adalah:

$$\begin{aligned}\text{Biaya total} &= 125 \times \text{Rp}100.000 \\ &= \text{Rp}12.500.000\end{aligned}$$

Jadi biaya total yang harus dikeluarkan Queenara untuk memasang keramik di seluruh lantai rumahnya adalah Rp12.500.000.

Contoh soal koneksi matematika dengan disiplin ilmu Agama

Pak Ahmad adalah seorang petani. Ketika panen ia mendapatkan 950 kg beras dari sawahnya yang digarap dengan cara disirami air hujan dan dialiri sungai. Berapa zakat yang harus dikeluarkan pak Ahmad jika harga beras Rp15.000 per kilo gram?

Pembahasan

Diketahui:

Jumlah panen beras = 950 kg

Harga beras per kg = Rp15.000

Ditanya:

Besar zakat yang dikeluarkan

Penyelesaian:

Karena jumlah beras yang dipanen sudah mencapai nisab untuk dikeluarkan zakatnya, maka besar zakatnya adalah 10% karena di garap dengan cara disirami air hujan dan dialiri sungai.

$$\text{Zakat} = 10\% \times 950 \text{ kg} = 95 \text{ kg}$$

$$\text{Jika dalam bentuk uang} = 95 \text{ kg} \times \text{Rp}15.000 = \text{Rp}1.425.000$$

Jadi, zakat yang harus dikeluarkan pak Ahmad ialah 95 kg beras atau sebesar Rp1.425.000.

Contoh soal koneksi matematika (deret matematika) dengan disiplin ilmu Biologi

Suatu jenis Amoeba membelah diri menjadi dua setiap 15 meriit. Jika mula-mula ada 25 Amoeba, banyak Amoeba setelah 2 jam adalah

Pembahasan

Diketahui:

$$\text{Jumlah amoeba mula-mula} = 25$$

Perubahan setiap 15 menit

$$\text{Lama perubahan} = 2 \text{ jam}$$

Setiap amoeba membelah diri jadi 2

Ditanya:

Jumlah amoeba setelah 2 jam

Penyelesaian:

Amoeba mula-mula (a) = 25

Mengalami perubahan sebanyak $\frac{2 \times 60}{15} = \frac{120}{15} = 8$ kali

Jadi $n = 1 + 8 = 9$

Setiap amoeba membelah diri menjadi 2 = r

Jumlah amoeba setelah 2 jam adalah:

$$U_n = a \cdot r^{n-1}$$

$$U_9 = 25 \cdot 2^{9-1}$$

$$= 25 \cdot 2^8$$

$$= 25 \cdot 256$$

$$= 6.400$$

Jadi banyak amoeba setelah 2 jam adalah 6.400 amoeba

Contoh soal koneksi antar konsep matematika

Sebuah persegi mempunyai panjang sisi 3 cm. Jika persegi tersebut diperluas 4 kali, maka tentukan keliling persegi baru yang terbentuk! Jelaskan!

Pembahasan

Diketahui:

Sebuah persegi mempunyai panjang sisi 1 cm maka:

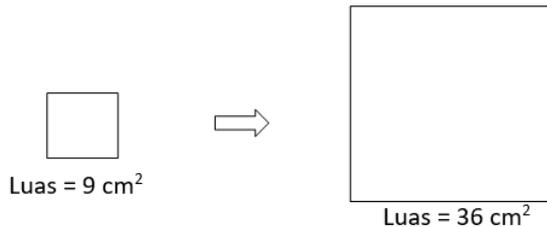
$$\text{Luas persegi} = 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2.$$

Persegi tersebut diperluas 4 kali.

Ditanya:

Keliling persegi baru yang terbentuk.

Penyelesaian:



Karena persegi diperluas menjadi 4 kali, maka luas persegi yang baru adalah $4 \times 9 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$, sehingga panjang sisi persegi yang baru adalah $\sqrt{36} \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm}$

Jadi keliling persegi baru yang terbentuk adalah:

$$4 \times s = 4 \times 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}.$$

Mengembangkan kemampuan koneksi matematis adalah langkah penting dalam memahami matematika secara holistik dan mengaplikasikannya dalam kehidupan nyata. Dengan melihat bagaimana konsep-konsep matematika saling terhubung dapat membentuk pemahaman yang lebih mendalam dan kreatif tentang dunia matematika.

Daftar Pustaka

- Kusuma, D.A (2008). Meningkatkan Kemampuan Koneksi Matematik dengan Menggunakan Pendekatan Konstruktivisme. [online]. Tersedia: [http://pustaka.unpad.ac.id/wp.content/uploads/2009/06/meningkatkankemampuan-koneksi - matematik.pdf](http://pustaka.unpad.ac.id/wp.content/uploads/2009/06/meningkatkankemampuan-koneksi-matematik.pdf). [05 Desember 2016]
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston: NCTM.
- Ruseffendi, H.E.T. (1991). Pengantar kepada membantu guru mengembangkan kemampuannya dalam pengajaran matematika untuk meningkatkan. CBSA. Bandung: Taristo.
- Suherman, Erman. 2003. Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer. Bandung: JICA.
- Sumarmo, U. (2013). Kumpulan Makalah Berpikir dan Disposisi Matematika Serta Pembelajarannya. Bandung: Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UPI.

BAB
7

KEMAMPUAN KOMUNIKASI
MATEMATIS

Bayu Sukmaangara

Tujuan:

Setelah mempelajari Bab ini, pembaca diharapkan:

1. Memahami konsep kemampuan komunikasi matematis
2. Memahami indikator kemampuan komunikasi matematis
3. Mengembangkan soal kemampuan komunikasi matematis

Pendahuluan

Bab ini merupakan penjelasan mengenai salah satu kemampuan matematis yaitu kemampuan komunikasi matematis. Kemampuan ini tergolong pada ranah kognitif dan merupakan salah satu hard skills matematis. Penjelasan kemampuan komunikasi matematis pada tulisan ini dapat dijadikan rujukan sebagai bacaan ataupun sumber bagi akademisi, peneliti, dan praktisi yang ingin mengetahui kemampuan matematis ini. Uraian isi diambil dari beberapa sumber dan diuraikan kembali oleh penulis.

Topik-topik yang dibahas mengenai konsep, indikator, dan pengembangan soal kemampuan komunikasi matematis. Setelah mempelajari bab ini, pembaca diharapkan dapat memiliki pemahaman yang jelas mengenai konsep, dan indikator dari kemampuan komunikasi matematis. Selain itu, diharapkan juga pembaca dapat mengembangkan secara mandiri berbagai jenis soal yang melibatkan kemampuan matematis ini. Dengan demikian, pembaca diharapkan tidak hanya memahami konsep secara teoritis, tetapi mampu mengaplikasikan konsep tersebut dalam merancang soal-soal yang relevan dengan kemampuan komunikasi matematis.

A. Pengertian Kemampuan Komunikasi Matematis

Kita sebagai manusia merupakan makhluk sosial yang tidak terhindar dari aktivitas interaksi antara manusia dengan manusia yang lainnya. Komunikasi merupakan cara yang efektif untuk berinteraksi. Keterampilan komunikasi sangat penting pada kehidupan manusia sebagai makhluk sosial. Bahkan, kesuksesan bergantung pada keterampilan komunikasi yang dikuasai (Tuhovsky, 2017). Komunikasi akan berlangsung jika antara orang-orang yang terlibat mengerti tentang sesuatu yang dikomunikasikannya.

Komunikasi mempunyai kajian yang cukup luas. Komunikasi sebagai multidisiplin ilmu memiliki banyak definisi dan makna sesuai dengan latar belakang ilmu yang membuat definisi. Komunikasi dalam bidang pendidikan merupakan jantung dari

keberlangsungan pendidikan. Pendidikan tidak akan berlangsung jika tidak ada komunikasi yang terjadi. Hal ini dikarenakan proses pendidikan melibatkan pengiriman pengetahuan (transfer knowledge) dalam proses pembelajaran. Transfer knowledge melibatkan pemberian dan penerimaan pengetahuan sehingga diperlukan komunikasi.

Keterampilan dalam berkomunikasi (Communication Skills) dibutuhkan agar komunikasi berjalan dengan lancar (Novianti, 2019). Salah satu keterampilan yang dibutuhkan dalam bidang pendidikan khususnya bidang matematika adalah komunikasi matematis. Komunikasi matematis merupakan standar keterampilan yang dibutuhkan untuk matematika sekolah. "Communication is an essential part of mathematics and mathematics education" (NCTM, 2000). Yang artinya bahwa komunikasi merupakan bagian penting dalam matematika dan pendidikan matematika.

Komunikasi adalah penyampaian suatu informasi, ide-ide, perasaan, keterampilan, dan lain sebagainya melalui simbol-simbol, kata-kata, gambar, tulisan, grafik, dan lain-lain (Berelson & Steiner, 1964). Komunikasi berupa simbol, kata, gambar, dan grafik merupakan bagian dari pembahasan pada matematika. Matematika mempunyai simbol-simbol unik yang sudah disepakati sehingga memiliki simbol-simbol yang sama dimanapun. Komunikasi dapat membantu siswa untuk belajar memahami konsep matematika yang baru ketika siswa melakukan situasi menggambar, menulis, penjelasan verbal, penggunaan objek,

penggunaan diagram, dan penggunaan simbol-simbol matematika. Melakukan situasi tersebut menjadikan siswa dapat mengklasifikasikan hasil berpikir mereka mengenai ide-ide yang dikembangkan. Komunikasi merupakan komponen penting untuk sarana interaksi dalam menyampaikan hasil pemikiran dan ide-ide yang dikembangkan. Mengkomunikasikan ide-ide matematika adalah cara bagi siswa untuk membicarakan, mengklasifikasikan, mengatur, dan mengkombinasikan pemikiran mereka (NCTM, 2000).

Komunikasi matematis adalah suatu proses mengekspresikan ide-ide matematis secara terpadu kepada orang lain menggunakan bahasa matematis secara tepat yang menggambarkan proses berpikir siswa (Aryanti, 2020). Proses mengekspresikan ide-ide matematis untuk menggambarkan proses berpikir siswa dalam pembelajaran dapat berupa aktivitas mendengar, menulis, berbicara, merefleksikan, dan mendemonstrasikan gagasa-gagasan matematis itu sendiri. Semua aktivitas tersebut untuk berkomunikasi harus menimbulkan efek tertentu yang diharapkan dalam mengekspresikan ide-ide matematis sehingga terjadi penyampaian dan penerimaan pesan. Aktivitas mendengar merupakan kegiatan komunikasi dikarenakan mendengarkan penjelasan orang lain memberikan kesempatan untuk mengembangkan pemahaman.

Proses mengekspresikan ide-ide dalam proses komunikasi matematis dapat berupa lisan ataupun tulisan, walaupun komunikasi matematis berupa lisan tidak selalu dianggap penting dalam pendidikan matematika (NCTM, 2000). Tetapi pada hakekatnya,

kombinasi komunikasi secara lisan dan tulisan dalam pembelajaran akan menjadikan siswa belajar matematika lebih jelas dan meyakinkan, serta kombinasi keduanya dapat saling memperkuat dan saling mendukung. Selain itu, Ansari (2003) menegaskan bahwa secara garis besar komunikasi matematis terdiri dari komunikasi lisan dan tulisan. Percakapan mengenai ide-ide matematis yang disampaikan dari berbagai sumber sebagai komunikasi secara lisan akan membantu dalam mempertajam hasil pemikiran siswa tersebut. Bahkan, jika kemampuan menggunakan bahasa dijadikan sebagai alat komunikasi dengan mengkombinasikan lisan ataupun tulisan akan menjadikan kemampuan tersebut produktif. Komunikasi yang produktif mengharuskan siswa mencatat dan merevisi pemikirannya serta belajar mengajukan pertanyaan yang baik sebagai bagian dari pembelajaran matematika. Guru akan lebih mampu merencanakan pengajaran dan merespon kesulitan siswa, jika siswa dapat mengkomunikasikan pemahamannya dengan baik.

Lebih luas mengenai jenis dari komunikasi matematis. Ada dua jenis komunikasi matematis yaitu komunikasi matematis verbal dan komunikasi matematis non verbal (Ernest, 1994). Komunikasi verbal terdiri dari kata-kata lisan dan tulisan, sedangkan komunikasi nonverbal terdiri dari ekspresi wajah, gerakan mata, gerak tubuh, dan sebagainya (Devito, 2016). Komunikasi nonverbal adalah suatu proses menghasilkan makna dengan menggunakan perilaku selain kata-kata. Sebuah buku dengan judul

Communication in the Real World: An Introduction to Communication Studies (2016) menguraikan bahwa komunikasi verbal dan nonverbal adalah dua bagian sistem yang sama yang sering kali bekerja berdampingan, membantu atau memperkuat menghasilkan makna. Kadang gerakan tubuh dapat memperkuat pesan yang disampaikan melalui komunikasi verbal. Misalkan pada aktivitas berbicara dan diskusi, kita dapat melihat keyakinan seseorang dalam mengekspresikan hasil pemikirannya dari kontak mata ataupun gerakan tubuh lainnya.

Berdasarkan uraian diatas, kemampuan komunikasi matematis adalah suatu proses mengekspresikan hasil pemikiran dan ide-ide matematis yang dikembangkan sebagai sarana interaksi antara penyampai pesan dan penerima pesan menggunakan bahasa matematik berupa simbol, kata-kata, gambar, grafik, al-jabar dan lain-lain baik lisan ataupun tulisan (komunikasi verbal), dengan diperkuat oleh komunikasi nonverbal. Komunikasi matematis secara lisan dalam proses pembelajaran dapat diwujudkan dalam bentuk berbicara dan berdiskusi dalam penyampaian pesannya, sedangkan secara tulisan dapat diwujudkan dalam bentuk simbol, kata-kata, gambar, grafik, al-jabar dan lain sebagainya. Komunikasi secara lisan dan tulisan merupakan komunikasi verbal yang tidak dapat dipisahkan dari komunikasi nonverbal. Kedua komunikasi tersebut saling berdampingan dan memperkuat satu sama lain. Komunikasi nonverbal memperkuat komunikasi verbal dalam menghasilkan suatu makna.

Baroody (1993) mengatakan terdapat 5 aspek yang termasuk ke dalam kemampuan komunikasi matematika, diantaranya adalah

1. Representasi: Bentuk baru dari ide suatu masalah yang ditranslasi ke dalam simbol atau kata-kata untuk menggambarkan hubungan antara elemen-elemen yang lebih kompleks. Representasi merupakan elemen penting dalam mendukung pemahaman siswa tentang konsep dan hubungan matematika (NCTM, 2000).
2. Mendengar: Kegiatan menangkap suara dengan telinga. Dalam proses pembelajaran mendengar merupakan kegiatan untuk mendapatkan informasi dan dapat mengambil intisari dari suatu topik yang sedang dibicarakan.
3. Membaca: Suatu kegiatan melafalkan apa yang tertulis. Kegiatan membaca merupakan kegiatan untuk mendapatkan ide dari suatu masalah atas pertanyaan-pertanyaan yang telah disusun.
4. Diskusi: Kegiatan diskusi merupakan pertemuan untuk bertukar pikiran mengenai suatu masalah. Kegiatan diskusi merupakan sarana bagi seseorang untuk mengekspresikan ide-ide dan pikirannya.
5. Menulis: Kegiatan yang dilakukan untuk mengekspresikan ide atau gagasan melalui tulisan.

B. Indikator Kemampuan Komunikasi Matematis

Kemampuan komunikasi matematis memiliki indikator dari beberapa yang bisa dijadikan tolak ukur. NCTM (2000) merumuskan standar komunikasi dalam pembelajaran matematika harus memungkinkan semua siswa:

1. Menyusun dan mengkombinasikan hasil pemikiran matematis melalui komunikasi.
2. Mengkomunikasikan pemikiran matematisnya secara koheren dan jelas kepada teman sejawat, guru, dan orang lain.
3. Menganalisis dan mengevaluasi pemikiran matematis dan strategi orang lain
4. Menggunakan bahasa matematika untuk mengungkapkan ide-ide matematika dengan tepat.

Siswa harus mampu menyusun hasil pemikiran matematisnya serta mengkombinasikan hasil pemikiran tersebut dalam bentuk yang bisa disampaikan melalui komunikasi. Hasil pemikiran melalui komunikasi yang dilakukan, siswa mengkomunikasikannya dengan jelas dan koheren (logis dan terkait) sehingga dapat dipahami oleh penerima pesan (termasuk teman sejawat, guru, dan orang lain). Aktivitas siswa mengkomunikasikan hasil pemikirannya diharapkan siswa dapat menerima hasil pemikiran orang lain untuk membuka wawasan yang lebih luas, serta siswa dapat memberikan hasil pemikirannya kepada orang lain.

Selanjutnya, siswa diharapkan dapat menganalisis dan mengevaluasi hasil pemikiran matematis yang dipersembahkan orang lain. Ini bertujuan untuk memberikan umpan balik yang konstruktif dan mempertimbangkan alternatif yang lain dalam menyelesaikan soal matematis. Selain itu, pentingnya penggunaan simbol matematika berupa istilah, notasi, simbol, dan bahasa matematika yang lainnya menjadikan siswa harus bisa menggunakan bahasa matematika untuk mengungkapkan ide-ide matematika dengan tepat.

Penyusunan standar diatas oleh NCTM (2000) mengindikasikan bahwa kemampuan menyusun, mengkombinasikan, mengkomunikasikan, menganalisis, dan mengevaluasi hasil pemikiran matematis dengan mengekspresikan melalui penggunaan bahasa matematis sangatlah penting dalam pembelajaran matematika. Siswa dapat membangun pemahaman yang kuat tentang konsep matematika, mengembangkan pemikiran kritis, dan menjadikan diskusi matematika yang berarti.

Kemampuan komunikasi matematis dapat membantu siswa menguasai keterampilan berdiskusi mengenai matematika secara efektif, serta mampu mengartikulasikan pemahaman tersebut melalui tulisan dengan menggunakan berbagai bentuk ekspresi matematika. Kadir (2008) mengungkapkan bahwa kemampuan siswa dalam berkomunikasi dapat diamati dari kemampuan siswa berdiskusi mengenai masalah matematika dan diekspresikan secara tertulis baik berupa gambar, model matematika, simbol atau bahasa yang sesuai. Kemampuan

matematis dapat diukur dengan melihat kemampuan siswa dalam memberikan jawaban dengan bahasa sendiri (Written Text), dengan gambar (drawing), dan ekspresi matematik (mathematical expression) (Kadir, 2008). Ketiga aspek yaitu Written text, drawing, dan mathematical expression merupakan indikator komunikasi matematis. Berikut penjelasan secara rinci mengenai ketiga indikator tersebut:

1. Written Text yaitu mengkomunikasikan solusi, ide, pemahaman, dan konsep atas penyelesaian matematika dengan menggunakan bahasa sendiri dalam bentuk tulisan. Ini mencakup kemampuan mengungkapkan ide-ide matematika, menyajikan solusi, dan menggambarkan konsep secara jelas, terstruktur, dan akurat.
2. Drawing: merefleksikan ide-ide matematika ke dalam benda-benda nyata, gambar, dan diagram. Berlaku juga untuk sebaliknya. Mengkomunikasikan solusi, ide, pemahaman, dan konsep atas penyelesaian matematika dengan gambar atau ilustrasi visual. Ilustrasi visual ini dapat berupa garis, bentuk, diagram, grafik dan lain sebagainya. Ini membantu dalam memahami dan mengkomunikasikan konsep dengan gambar atau ilustrasi visual yang bisa sangat membantu ketika menghadapi abstraksi matematis.
3. Mathematical expression: mengekspresikan masalah atau konsep matematika dalam peristiwa sehari-hari dengan bahasa model matematika.

Adapun menurut Sumarmo (Hendriana & Soemarmo, 2014) berpendapat bahwa indikator komunikasi matematis sebagai berikut:

1. Melukiskan atau merepresentasikan benda nyata, gambar, dan diagram dalam bentuk ide dan simbol matematika
2. Menjelaskan ide, situasi, dan relasi matematik, secara tulisan dengan menggunakan benda nyata, gambar, grafik, dan ekspresi aljabar
3. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika atau Menyusun model matematika suatu peristiwa.

Indikator komunikasi matematis selalu berkembang dari waktu ke waktu. Sumarmo (Hendriana et al., 2017) mengembangkan indikator tersebut menjadi 6 indikator. Indikator tersebut diantaranya adalah

1. Menyatakan benda-benda nyata, situasi, dan peristiwa sehari-hari dalam bentuk model matematika (gambar, tabel, diagram, grafik, atau ekspresi aljabar)
2. Menjelaskan ide, dan model matematika ke dalam bahasa sendiri
3. Menjelaskan dan membuat pertanyaan matematika yang dipelajari
4. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika
5. Membaca dengan pemahaman suatu presensi tertulis
6. Membuat konjektur, Menyusun argumen, merumuskan definisi dan generalisasi

Kemampuan komunikasi matematis dapat menafsirkan konsep dunia nyata ke dalam bahasa matematika. Ini melibatkan kemampuan mengambil objek, situasi, atau peristiwa sehari-hari dan menggambarkannya dalam bentuk model matematika, seperti gambar, tabel, diagram, grafik, atau ekspresi aljabar. Dalam konteks ini, penting untuk menciptakan ungkapan ide dan gagasan matematika yang akurat dan bermakna, sehingga informasi tersebut dapat diartikan secara matematis tanpa menghilangkan esensi dari situasi aslinya. Penafsiran konsep ke dalam bentuk model matematika dengan menyampaikan ide dapat dijelaskan dalam bahasa sendiri.

Kemampuan komunikasi matematis dapat menjelaskan konsep matematika yang dipelajari untuk selanjutnya membuat pertanyaan yang berkaitan dengan topik tersebut. Ini perlu menganalisis konsep matematika, mengidentifikasi elemen yang penting, dan merumuskan pertanyaan. Penjelasan mengenai pertanyaan yang telah dibuat memerlukan kejelasan dalam berkomunikasi.

Selain itu, kemampuan komunikasi matematis tidak hanya aktivitas berbicara atau menulis, akan tetapi juga meliputi kemampuan mendengarkan dan berdiskusi. Ini termasuk kemampuan untuk mendengarkan dengan cermat saat orang lain menjelaskan konsep matematika, berpartisipasi dalam diskusi kelompok untuk memecahkan masalah matematika, serta kemampuan untuk menghasilkan tulisan yang jelas dan terstruktur tentang ide matematika.

Kemampuan membaca dengan pemahaman suatu presensi tertulis bertujuan untuk memahami konsep-konsep matematika untuk mengenali pola, konsep, dan argumen matematika dari teks tertulis. Pemahaman konsep matematika mengakibatkan dapat membuat konjektur berdasarkan analisis data yang sudah dipahami. Selanjutnya, Penyusunan argumen yang kuat untuk mendukung konjektur tersebut, serta dapat merumuskan definisi dan generalisasi dari konsep yang dipelajari. Kemampuan tersebut menggambarkan pemahaman yang mendalam terhadap konsep-konsep matematika.

C. Contoh Soal Kemampuan Komunikasi Matematis

Tabel 1. Kisi-Kisi Soal Kemampuan Komunikasi Matematis

Jenis Sekolah : SMP/MTs
 Pokok Bahasan : Bangun Ruang Sisi Datar
 Kelas/Semester : VIII / II (Dua)
 Kurikulum : Kurikulum 2013 Revisi 2017

No	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Aspek yang diukur	Indikator Soal	No Soal.
1	3.9 Membedakan dan	Menghitung volume bangun ruang	<i>Written Text</i>	Peserta didik mam	1

Kemampuan Komunikasi Matematis

No	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Aspek yang diukur	Indikator Soal	No Soal.
	menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prisma, dan limas)	yang tidak beraturan dengan menerapkan geometri dasarnya melalui ilustrasi yang ditunjukkan		pu mengkomunikasikan solusi, ide, pemahaman, dan konsep atas penyelesaian matematika dengan menggunakan bahasa	

Kemampuan Komunikasi Matematis

No	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Aspek yang diukur	Indikator Soal	No Soal.
				sendiri dalam bentuk tulisan yang berkaitan dengan volume bangun ruang sisi datar	
2	4.9 Menyelesaikan masalah yang berkaitan	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan	<i>Drawing dan Matematical</i>	Peserta didik mampu mere	2

No	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Aspek yang diukur	Indikator Soal	No Soal.
	n dengan luas permukaan bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prisma, dan limas), serta gabungannya	bangun ruang sisi datar	<i>Expression</i>	fleksikan ide-ide matematika ke dalam benda-benda nyata, gambar, dan diagram, serta mengeskresikan masalah	

Kemampuan Komunikasi Matematis

No	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Aspek yang diukur	Indikator Soal	No Soal.
				atau konsep matematika dalam peristiwa sehari-hari dengan bahasa model matematika yang berkaitan dengan masa	

Kemampuan Komunikasi Matematis

No	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Aspek yang diukur	Indikator Soal	No Soal.
				lah sehari-hari pada bangun ruang sisi datar	
			<i>Written Text dan Mathematica / Expression</i>	Peserta didik mampu mengkomunikasikan solusi, ide, pemahaman, dan konsep atas	3

Kemampuan Komunikasi Matematis

No	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Aspek yang diukur	Indikator Soal	No Soal.
				penyelesaian matematika dengan menggunakan bahasa sendiri dalam bentuk tulisan, serta mengeskresikan masa	

Kemampuan Komunikasi Matematis

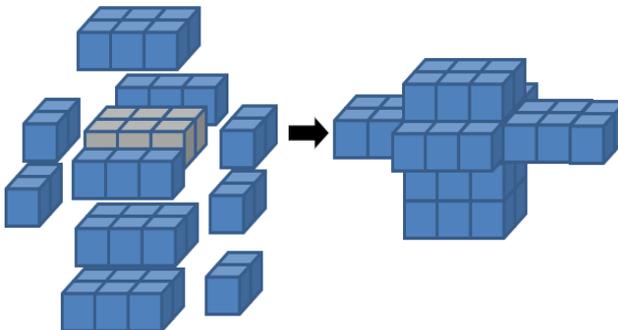
No	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Aspek yang diukur	Indikator Soal	No Soal.
				lah atau konsep matematika dalam peristiwa sehari-hari dengan bahasa model matematika yang berkaitan dengan	

No	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Aspek yang diukur	Indikator Soal	No Soal.
				masalah sehari-hari pada bangun ruang sisi datar	

SOAL TES

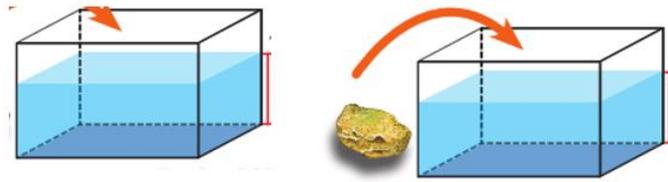
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS

1. Perhatikan gambar berikut!



Gambar tersebut terdiri dari beberapa bangun ruang sisi datar berbentuk kubus dengan ukuran yang sama. Jika panjang rusuk kubus adalah 2 cm, kemukakan pendapatmu bagaimana rencana/cara yang dapat anda gunakan untuk menentukan volume bangun tersebut? Kemudian hitunglah volume bangun tersebut dengan rencana/cara yang telah kamu buat!

2. Tim pramuka sekolah selalu melaksanakan perkemahan yang digelar selama 3 hari 2 malam setiap tahunnya. Tahun ini, sekolah memiliki 90 anggota pramuka. Sekolah berencana ingin membuat tenda berbentuk prisma segitiga sama kaki dari bahan/kain dengan harga Rp. 40.000,- per meter. Ukuran alas segitiga 3,6 m dan panjang sisi segitiga yang lain 3 m, sedangkan jarak antara kedua segitiga 5 m. Ukuran yang dibuat oleh sekolah memiliki kapasitas 10 orang per tenda.
 - a. Buatlah sketsa tenda beserta ukurannya!
 - b. Hitunglah luas bahan yang diperlukan untuk membuat tenda tersebut!
 - c. Berapa biaya yang dibutuhkan oleh sekolah tersebut?
3. Paman mempunyai sebuah akuarium berbentuk prisma dengan alas berbentuk persegi panjang berukuran panjang 80 cm dan lebar 30 cm. Akuarium memiliki tinggi 50 cm dan diisi air oleh paman setinggi 40 cm, jika paman memasukan batu kedalam akuarium, dimana batu tersebut memiliki volume 26.400 cm³.



- a. Apakah menurut anda sendiri ada air dalam akuarium yang tumpah? Jelaskan alasanmu!
- b. Jika batu yang dimasukkan oleh paman kemudian diambil kembali dari akuarium, bagaimana ketinggian air pada akuarium sekarang apakah sama seperti semula atau berubah? jika berubah, maka lengkapilah data tersebut dengan mencari ketinggian air pada akuarium setelah diambil kembali batu tersebut?

Daftar Pustaka

- Ansari, B. I. (2003). *Menumbuhkembangkan Kemampuan Pemahaman dan Komunikasi Matematik Siswa SMU melalui Strategi Think-Talk-Write: Studi Eksperimen pada Siswa Kelas 1 SMUN di Kota Bandung*. Disertasi PPs UPI.
- Aryanti. (2020). *Inovasi Pembelajaran Matematika di SD (Problem Based Learning Berbasis Scaffolding, Pemodelan dan Komunikasi Matematis)*. Deepublish.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating (K-8): Helping Kids Think Mathematically*. Macmillan.

- Berelson, B., & Steiner, G. A. (1964). *Human Behavior: An Inventory of Scientific Findings*. Harcourt Brace Jovanovich.
- Communication in the Real World: *An Introduction to Communication Studies*. (2016). Libraries Publishing.
<https://doi.org/10.24926/8668.0401>
- Devito, J. A. (2016). The Interpersonal Communication Book. *In Jurnal Penelitian Pendidikan Guru Sekolah Dasar (Vol. 6, Issue August)*. Pearson Education.
- Ernest, P. (1994). *Constructing Mathematical Knowledge: Epistemology and Mathematical Education (Issue 18)*. The Falmer Press.
- Hendriana, H., Rohaeti, E. E., & Sumarmo, U. (2017). *Hard Skills dan Soft Skills Matematik Siswa*. PT Refika Aditama.
- Hendriana, H., & Soemarmo, U. (2014). *Penilaian Pembelajaran Matematika*. PT Refika Aditama.
- Kadir. (2008). Kemampuan Komunikasi Matematik dan Keterampilan Sosial Siswa dalam Pembelajaran Matematika. *Semnas Matematika Dan Pendidikan Matematika, 2*, 339–350.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Library of Congress Cataloguing in Publication Data.
- Novianti, E. (2019). *Teori Komunikasi Umum dan Aplikasinya*. ANDI.

Tuhovsky, I. (2017). *The Science of Effective Communication: Improve Your Social Skills and Small Talk, Develop Charisma and Learn How to Talk to Anyone*. Positive Psychology Coaching Series.
www.mindfulnessforsuccess.com

BAB 8

KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF MATEMATIS

Duhwi Indartiningsih

Tujuan:

Setelah mempelajari Bab ini, pembaca diharapkan:

1. Memahami pentingnya berpikir kreatif
2. Memahami pengertian berpikir kreatif
3. Memahami indikator berpikir kreatif
4. Memahami pengertian berpikir kreatif matematis
5. Mengembangkan kemampuan berpikir kreatif dalam pembelajaran matematika
6. Contoh soal yang mengembangkan berpikir kreatif

PENDAHULUAN

Dunia pada umumnya, dan Indonesia pada khususnya, sedang memasuki era industri baru di abad ke-21 ini yang ditandai dengan era digitilisasasi di pelbagai sektor kehidupan. Para pakar menyebut ini sebagai era revolusi industri 4.0. Dalam menghadapi revolusi industri ini, teknologi dan informasi menjadi basis dalam kehidupan manusia. Perubahan peradaban menuju masyarakat berpengetahuan, menuntut masyarakat memiliki kemampuan abad 21.

Tantangan abad ke-21 ditandai dengan era globalisasi yang menjadikan dunia seakan tanpa batas (a borderless world), yang menimbulkan perbandingan internasional termasuk dalam hal pendidikan. Kemampuan abad ke-21 dikenal dengan istilah 6C, yaitu: character (karakter), citizenship (kewarganegaraan), critical thinking (berpikir kritis), creativity (kreatif), collaboration (kolaborasi), dan communication (komunikasi). Dari enam kemampuan yang harus dimiliki seseorang di abad 21, berpikir kreatif merupakan kemampuan penting yang harus dimiliki oleh setiap orang saat ini dalam menghadapi tantangan. Seseorang yang memiliki kreativitas tinggi dapat melihat masalah dari berbagai sudut pandang dengan cara berbeda. Selain itu dapat menciptakan hal-hal baru yang bermanfaat untuk dirinya dan sekitarnya, serta bisa menemukan solusi dengan mudah dan tepat.

Berpikir kreatif dapat membantu seseorang untuk melihat masalah dari sudut pandang yang berbeda dan menciptakan solusi yang lebih inovatif. Dengan mempertimbangkan berbagai kemungkinan dan ide-ide yang berbeda, seseorang dapat menemukan solusi yang lebih baik dan lebih efektif. Seseorang yang mempunyai kemampuan berpikir kreatif dapat mengembangkan kemampuan problem solving dan inovasi. Dengan memperluas cara berpikir dan mengasah kemampuan untuk melihat masalah dari sudut pandang yang berbeda, seseorang dapat menjadi lebih terampil dalam memecahkan masalah yang rumit dan sulit serta mempertimbangkan ide-ide yang tidak biasa dan tidak konvensional, seseorang

dapat menghasilkan solusi yang lebih inovatif dan lebih efektif.

Kemampuan berpikir kreatif tidak dapat muncul secara tiba-tiba tetapi perlu dikembangkan dalam situasi yang diciptakan dan dirancang untuk menumbuhkembangkan kemampuan berpikir kreatif. Situasi atau kondisi yang sengaja di rancang untuk mengembangkan kemampuan berpikir kreatif dapat dilakukan dalam suatu pembelajaran di sekolah. Hal ini sesuai dengan pernyataan Siswono (2018) bahwa kemampuan berpikir kritis dan kreatif tidak sekedar muncul secara alamiah tetapi perlu diajarkan dan dirancang sejak dini di tingkat sekolah maupun perguruan tinggi.

Pembelajaran yang dapat mengembangkan kemampuan berpikir kritis yaitu pembelajaran matematika. Pembelajaran matematika dapat mengembangkan kemampuan berpikir kreatif siswa. Matematika dipandang sebagai materi pembelajaran yang harus dipahami sekaligus sebagai alat konseptual untuk mengonstruksi dan merekonstruksi materi tersebut, mengasah, dan melatih kecakapan berpikir yang dibutuhkan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan. Belajar matematika dapat meningkatkan kemampuan peserta didik dalam berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif. Kompetensi tersebut diperlukan agar pembelajar memiliki kemampuan memperoleh, mengelola, dan memanfaatkan informasi untuk bertahan hidup pada keadaan yang selalu berubah, penuh dengan ketidakpastian, dan bersifat kompetitif.

Kemampuan kreatif dapat dilatihkan pada peserta didik sehingga guru dapat membuat suatu rancangan atau rencana pembelajaran matematika yang dapat memfasilitasi peserta didik dalam meningkatkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif. Rancangan pembelajaran disusun dengan mengembangkan indikator-indikator berpikir kreatif didalam kegiatan pembelajaran di kelas serta menggunakan beragam metode, pendekatan atau model pembelajaran yang mampu mengembangkan kemampuan berpikir kreatif.

Guru dapat melatih siswa untuk menyelesaikan masalah terbuka yang kontekstual untuk melatih pada siswa menemukan penyelesaian masalah yang berbeda dan baru. Ide, gagasan dan alternatif solusi yang disajikan siswa dapat mengembangkan kemampuan berpikir kreatif.

A. Pengertian Berpikir Kritis

Menurut Puccio Mudock, berpikir kreatif memuat aspek keterampilan kognitif dan metakognitif antara lain mengidentifikasi masalah, menyusun pertanyaan, mengidentifikasi data yang relevan dan tidak relevan, produktif, menghasilkan banyak ide-ide yang berbeda dan produk atau ide baru dan memuat disposisi. Disposisi adalah sikap terbuka, berani mengambil posisi, bertindak cepat, berpandangan bahwa sesuatu merupakan bagian dari keseluruhan yang kompleks, memanfaatkan cara berpikir orang lain yang kritis dan sikap sensitif terhadap perasaan orang lain (Busnawir, 2023). Berpikir kreatif adalah proses berpikir untuk

menciptakan atau menemukan ide-ide yang tidak biasa yang menghasilkan berbagai solusi baru untuk membuka masalah tetapi kebenarannya dapat diterima (Wijayanti et al., 2021). Berpikir kreatif adalah pola berpikir yang didasarkan pada suatu cara yang mendorong kita untuk menghasilkan produk yang asli dan sesuai dengan keperluan (Hassoubah, 2004).

Berpikir kreatif juga mencakup kemampuan berpikir konvergen, divergen, dan lateral. Berpikir divergen berarti mencari sesuatu di luar pikiran dengan sudut pandang yang biasa, mengusulkan solusi alternatif, bersikap terbuka dan fleksibel. Berpikir konvergen berarti mampu merumuskan hipotesis matematis berdasarkan hubungan sebab akibat dengan situasi matematis, menentukan pola matematis, mengajukan solusi baru ketika dihadapkan (Nasution et al., 2021).

Menurut Guilford, terdapat dua tipe kemampuan yang berkaitan dengan berpikir kreatif yaitu berpikir divergen dan berpikir konvergen. Berpikir konvergen didasarkan pada suatu solusi yang tepat terhadap suatu masalah, sedangkan berpikir divergen didasarkan pada penyelesaian yang bersifat multi solusi memuat empat komponen yaitu kelancaran, fleksibilitas, keaslian dan elaborasi. Berpikir kreatif adalah suatu pemikiran yang berusaha menciptakan gagasan yang baru. Berpikir kreatif merupakan serangkaian proses, termasuk memahami masalah, membuat tebakan dan hipotesis tentang masalah, mencari jawaban, mengusulkan bukti, dan akhirnya melaporkan hasilnya (Harriman,

2017). Kemampuan berpikir kreatif dapat diketahui dari keahlian menganalisis suatu data, serta memberikan respons penyelesaian masalah yang bervariasi. Kreativitas yang tinggi menandakan bahwa seseorang telah mampu untuk berpikir kreatif

Dari berbagai definisi berpikir kreatif di atas, maka penulis menyimpulkan bahwa berpikir kreatif adalah proses berpikir untuk menciptakan atau menemukan ide atau gagasan atau pandangan baru, cara yang berbeda atau hubungan-hubungan untuk menemukan hubungan baru dalam memahami sesuatu atau memecahkan masalah.

B. Indikator Berpikir Kritis

Menurut Torrance (Busnawir, 2023; Nasution et al., 2021), indikator berpikir kreatif yaitu kelancaran, fleksibilitas, orisinalitas, dan elaborasi. Penjelasan lebih detail sebagai berikut.

- 1) Kelancaran adalah keterampilan melakukan banyak argumentasi untuk menyelesaikan masalah atau pertanyaan dengan lancar dan memberikan banyak cara atau saran dalam memecahkan masalah serta mampu memikirkan lebih dari satu jawaban.
 - a. Mampu menampilkan lebih dari satu ide/gagasan atau cara dalam menyelesaikan suatu masalah;
 - b. Mampu menjelaskan argument yang rasional terkait ide/gagasan atau cara yang digunakan dalam menyelesaikan masalah;

- 2) Fleksibilitas adalah suatu keterampilan untuk membangkitkan berbagai argumentasi, jawaban pertanyaan melalui pengarah alternatif pemecahan suatu masalah. Fleksibel berarti mencari jawaban masalah dari banyak sudut pandang menggunakan pemikiran atau pendekatan out of mind untuk solusi dari masalah matematika.
 - a. Mampu memberikan berbagai argumentasi dari solusi masalah dari sudut pandang yang berbeda
 - b. Mampu menemukan solusi atau jawaban masalah dari banyak sudut pandang
- 3) Orisinalitas adalah keterampilan untuk menumbuhkan ekspresi yang lebih baru dan unik. Hal ini berkaitan dengan kemampuan memikirkan suatu cara atau kombinasi pemecahan masalah yang tidak biasa.
 - a. Mampu menciptakan atau menemukan ide/gagasan, pandangan dan cara yang berbeda, unik serta tidak biasa untuk memecahkan masalah
- 4) Elaborasi adalah keterampilan untuk mengembangkan argumen atau solusi dengan menentukan setiap bagian dari objek, ide, dan keadaan masalah.
 - a. Mampu mengembangkan atau menguraikan argumen atau solusi dengan menentukan setiap bagian dari obyek, ide dan keadaan masalah tertentu
 - b. Mampu menambahkan dari bagian yang ada

C. Berpikir kreatif matematis

Siswono (2006) menyatakan bahwa salah satu tujuan pembelajaran matematika adalah mengembangkan aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi dan penemuan, dengan mengembangkan pemikiran divergen, orisinal, rasa ingin tahu, membuat prediksi dan dugaan serta mencoba-coba. Hal ini mengisyaratkan pentingnya mengembangkan kemampuan berpikir kreatif matematik melalui aktivitas-aktivitas kreatif dalam pembelajaran matematika. Dwijanto (2007) menyatakan bahwa dalam pembelajaran matematika perlu dikembangkan kemampuan berpikir kreatif matematis, yaitu kemampuan untuk menyelesaikan masalah matematika secara kreatif. Kemampuan berpikir kreatif matematik meliputi kemampuan untuk menyelesaikan masalah dan atau membangun berpikir dalam struktur, menyatakan pernyataan yang berbeda dengan logika deduktif yang biasa, dan mengemukakan konsep yang umum untuk menyatukan hal yang penting dalam matematika.

Menurut Krutetski menyatakan berpikir kreatif dalam matematika dapat dipandang sebagai orientasi atau disposisi tentang instruksi matematika, tugas penemuan, dan pemecahan masalah. Melalui orientasi dan disposisi dapat membawa seseorang mengembangkan pendekatan yang lebih kreatif dalam matematika. Berpikir kreatif dalam matematika adalah kemampuan untuk memecahkan masalah dan/atau mengembangkan berpikir pada struktur-struktur dengan memperhatikan aturan penalaran deduktif dan hubungan dari konsep-konsep

dihasilkan untuk mengintegrasikan pokok penting dalam matematika (Busnawir, 2023).

Berdasarkan definisi berpikir kreatif matematis di atas, penulis mendefinisikan bahwa berpikir kreatif matematis adalah kemampuan berpikir dalam menyelesaikan masalah matematika dengan menghasilkan solusi bervariasi atau alternatif jawaban atau gagasan atau ide baru atau mengembangkan jawaban masalah dari gagasan orang lain.

D. Mengembangkan Berpikir Kreatif Dalam Pembelajaran Matematika

Berpikir kreatif tidak didapat langsung tetapi dilatihkan dan dikembangkan. Untuk meningkatkan dan mengembangkan kemampuan berpikir kreatif, hal yang perlu dilakukan oleh guru adalah menciptakan atau menyiapkan lingkungan belajar yang kondusif dan secara langsung memberi ruang bagi peserta didik untuk kegiatan mengidentifikasi, menganalisis, mengevaluasi, menentukan alternatif atau solusi, dan pengambilan keputusan dalam penyelesaian masalah. Sebagai contoh, peserta didik dikelompokkan dalam beberapa kelompok di dalam kelas. Setiap kelompok diberikan tugas untuk menyelesaikan suatu masalah, guru memfasilitasi peserta didik untuk berdiskusi, menyampaikan ide atau pendapatnya, menyusun rencana atau solusi penyelesaian masalah, mengidentifikasi dan menetapkan solusi yang tepat dalam menyelesaikan masalah sebagai langkah pengambilan keputusan.

Guru dapat menggunakan metode, strategi, pendekatan dan atau model pembelajaran dalam merancang pembelajaran dengan memilih dan memilah sesuai dengan materi, tujuan pembelajaran dan karakteristik peserta didik serta sarana prasarana yang tersedia. Pembelajaran sebagai suatu sistem yang terdiri dari berbagai komponen yang saling berhubungan antara satu dengan yang lainnya secara komprehensif. Komponen yang dimaksud meliputi tujuan, materi, metode dan evaluasi. Keempat komponen tersebut harus diperhatikan guru dalam memilih dan menentukan pendekatan atau model pembelajaran apa yang akan digunakan atau diaplikasikan terhadap peserta didik dalam kegiatan pembelajaran.

Beberapa pendekatan, atau model pembelajaran yang dapat mengembangkan atau meningkatkan kemampuan berpikir kreatif. Model pembelajaran Problem Based Learning, terdapat beberapa upaya yang dapat dilakukan untuk meningkatkan kemampuan berpikir kreatif, antara lain yaitu dengan menerapkan Open Ended, Open Inquiry, Project Based Learning, Resource Based Learning, Creative Problem Solving, Realistic Mathematics, atau Guided Inquiry dalam pembelajaran matematika (Choifah et al., 2022; Supianti et al., 2019; Rudyanto et al., 2019).

E. Soal Matematika untuk Mengembangkan Berpikir Kreatif

Kemampuan berpikir kreatif dapat dilihat atau digambarkan ketika peserta didik menyelesaikan soal

yang bersifat terbuka (open-ended). Soal terbuka (open-ended) memiliki banyak jawaban benar, strategi atau langkah penyelesaiannya beragam tidak terpaku pada satu cara untuk mendapatkan satu jawaban benar, jawaban dan strategi penyelesaiannya beragam. Soal terbuka (open-ended) tujuan utamanya bukan untuk mendapatkan hasil jawaban saja, tetapi lebih menekankan pada cara / proses mendapatkan jawaban tersebut.

Soal terbuka (open-ended) dapat mengembangkan kemampuan berpikir kreatif dan pola pikir matematis peserta didik. Peserta didik diberi kesempatan untuk berpikir dengan bebas sesuai minat dan kemampuannya. Jadi menyelesaikan soal terbuka (open-ended) menjadi salah satu tes yang mampu menggambarkan kemampuan berpikir kreatifnya. Soal dibuat sesuai dengan jenjang atau kelasnya, dimulai dari konkret, mudah, sederhana dan naik secara bertahap untuk konteks dan level kognitifnya. Berikut contoh-contoh soal yang dapat mengembangkan berpikir kreatif.

1. Sinta dan Malika bermain bersama mengisi tabel Ajaib. Tabel Ajaib berisikan 3 bilangan yang jika dijumlahkan hasilnya adalah 18 seperti berikut.

18		

2. Ibu Anita adalah guru di kelas 3. Ibu Anita akan memberikan Bintang pada peserta didiknya jika menyelesaikan tugasnya dengan baik. Bintang yang dikumpulkan peserta didik dapat ditukarkan dengan alat tulis yang disediakan Ibu Anita dengan aturan sebagai berikut.

TUKARKAN BINTANGMU

5 Bintang = 1 buah pensil

8 Bintang = 1 buah penghapus

10 Bintang = 1 buah penggaris

15 Bintang = 1 buah buku

3. Mira adalah salah satu peserta didik di kelas ibu Anita. Mira mempunyai 48 bintang dan akan ditukarkan dengan alat tulis. Tuliskan jenis alat tulis yang didapatkan Mira dengan menukarkan bintangnya!
4. Gambarlah bangun datar yang memiliki keliling yang sama dengan sebuah persegi panjang dengan ukuran panjang 20 cm, dan lebar 10 cm!

Daftar Pustaka

- Busnawir. (2023). *Pengukuran Kemampuan Berpikir Kreatif Matematika*.
- Choifah. Suyitno, A & Pujiastuti, E. (2022). Systematic Literature Review: Upaya Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif pada Pembelajaran Matematika. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(3), 3158-3166.
- Dwijanto. (2007). Pengaruh Pembelajaran Berbasis Masalah Berbantuan Komputer terhadap Pencapaian Kemampuan Pemecahan Masalah dan Berpikir Kreatif Matematik Mahasiswa. (Disertasi). *Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung*
- Harriman. (2017). "Berfikir Kreatif." *Journal of Chemical Information and Modeling*, 53(9),1689–99.
- Hassoubah & Zaleha I. (2004). *Developing Creative & Critical Thinking Skills*.
- Nasution, E.Y.P., Yulia, P., Anggraini, R.S., Putri, R., & Sari, M. (2021). Correlation between mathematical creative thinking ability and mathematical creative thinking disposition in geometry. *J. Phys.: Conf. Ser.* 1778 012001
- Rudyanto, H.E., Hadi, F.R., Winanto, A., Novianto, A., Hawa, A.M., Sari, Y., Khoiriyah, I.S.A & Santika, M. (2019). Open Ended Mathematical Problem Solving: an Analysis of Elementary Students'

Creative Thinking Abilities. *J. Phys.: Conf. Ser.* 1254 012077

Siswono, T. Y. E. (2006). Implementasi Teori tentang Tingkat Berpikir Kreatif dalam Matematika. *Prosiding Seminar Konferensi Nasional Matematika XIII dan Kongres Himpunan Matematika Indonesia Universitas Negeri Semarang. Semarang*

Siswono, T. Y. E. (2018). *Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran Dan Pemecahan Masalah.*

Supianti, I., Wahyudin, Kartasasmita, B.G., & Nurlaelah, E. (2019). Improving Students' mathematical creative thinking ability through problem-based learning. *Journal of Physics: Conference Series 1280 042024*

Wijayanti, K., Khasanah, A.F., Rizkiana, T., Mashuri, Dewi, N.R., & Budhiati, R. (2021). Mathematical creative thinking ability of students in treffinger and brain-based learning at junior high school. *J. Phys.: Conf. Ser.* 1918 042085

BAB
9

**KEMAMPUAN PEMAHAMAN
MATEMATIS**

Ari Wibowo

Pendahuluan

Matematika bukan hanya sekadar subjek akademis, melainkan merupakan alat penting dalam pemecahan masalah dan pengambilan keputusan di berbagai bidang keilmuan dan kehidupan sehari-hari. Meskipun kemampuan matematis sering kali dianggap sulit atau tidak relevan oleh sebagian orang, kemampuan ini merupakan landasan kritis untuk pengembangan pemikiran kritis, pemecahan masalah, dan kreativitas. Adapun bab ini bertujuan untuk memberikan contoh konkret tentang bagaimana kemampuan pemahaman matematis dapat diterapkan dalam berbagai bidang, seperti ilmu pengetahuan alam, ilmu sosial, teknologi, kesehatan, dan banyak lagi.

Tujuan utama tulisan ini adalah untuk memberikan contoh konkret tentang penerapan kemampuan pemahaman matematis dalam berbagai konteks ilmiah dan praktis. Tulisan ini akan fokus pada contoh penerapan kemampuan pemahaman matematis dalam berbagai bidang, termasuk ilmu

pengetahuan alam, ilmu sosial, teknologi, kesehatan, dan banyak lagi. Pembahasan akan mencakup berbagai bidang keilmuan untuk menunjukkan luasnya aplikasi matematika di berbagai aspek kehidupan. Metode penelitian yang digunakan dalam tulisan ini adalah penelusuran literatur untuk mengumpulkan contoh-contoh penerapan kemampuan pemahaman matematis dari berbagai sumber terpercaya. Pengumpulan dan analisis contoh-contoh akan dilakukan untuk menyoroti berbagai cara di mana kemampuan pemahaman matematis dapat diterapkan dalam praktik.

A. Pengertian Kemampuan Pemahaman Matematis dalam Bidang Matematika

Kemampuan pemahaman matematis dalam bidang matematika merujuk pada kemampuan seseorang untuk memahami konsep-konsep matematika secara mendalam dan menerapkan pemahaman tersebut dalam berbagai konteks matematika. Ini mencakup kemampuan untuk mengidentifikasi pola, merumuskan masalah matematika, menerapkan strategi pemecahan masalah yang sesuai, dan menafsirkan hasil dengan pemahaman yang mendalam.

Dalam bidang matematika, kemampuan pemahaman matematis mencakup pemahaman konsep-konsep dasar seperti bilangan, operasi, aljabar, geometri, dan statistika. Ini juga melibatkan kemampuan untuk memahami hubungan antar konsep matematika, seperti bagaimana konsep trigonometri berkaitan dengan geometri atau

bagaimana konsep matriks dapat digunakan dalam pemecahan masalah aljabar.

Kemampuan pemahaman matematis dalam bidang matematika juga melibatkan kemampuan untuk menggunakan berbagai representasi matematika, seperti grafik, tabel, model, dan simbol matematika lainnya, untuk memvisualisasikan dan memahami konsep matematika dengan lebih baik. Ini memungkinkan seseorang untuk menggeneralisasi dan memperluas pemahaman mereka tentang matematika dan menerapkannya dalam situasi yang berbeda.

B. Indikator Kemampuan Pemahaman Matematis

Indikator kemampuan pemahaman matematis meliputi beberapa aspek penting yang dapat digunakan untuk mengukur seberapa baik seseorang memahami konsep-konsep matematika. Pertama, kemampuan mengidentifikasi dan memahami konsep dasar matematika, seperti operasi bilangan, bentuk geometris, dan hubungan antara variabel. Kedua, kemampuan untuk menjelaskan konsep tersebut dengan kata-kata sendiri, menunjukkan bahwa mereka benar-benar memahami materi tersebut, bukan hanya menghafal. Ketiga, kemampuan mengaplikasikan konsep dalam berbagai situasi dan konteks yang berbeda, menunjukkan fleksibilitas pemahaman mereka. Keempat, kemampuan untuk membuat koneksi antara berbagai konsep matematika, yang menunjukkan pemahaman yang mendalam dan integratif. Terakhir, kemampuan untuk

memecahkan masalah dengan menggunakan strategi yang tepat dan logis, serta dapat mengevaluasi hasil dari solusi yang mereka peroleh. Indikator-indikator ini membantu guru dan pendidik untuk menilai sejauh mana siswa memahami materi matematika dan mengidentifikasi area yang memerlukan perbaikan lebih lanjut.

Secara keseluruhan, kemampuan pemahaman matematis dalam bidang matematika memungkinkan seseorang untuk berpikir secara kritis, kreatif, dan analitis dalam memecahkan masalah matematika dan mengembangkan pemahaman yang mendalam tentang struktur matematika yang mendasari fenomena di dunia nyata.

C. Contoh Soal Kemampuan Pemahaman Matematis

Soal 1: Operasi Bilangan

Seorang petani memiliki 3 ladang. Ladang pertama menghasilkan 45 kg jagung, ladang kedua menghasilkan 35 kg jagung, dan ladang ketiga menghasilkan 50 kg jagung. Berapa total kg jagung yang dihasilkan oleh ketiga ladang tersebut?

Jawaban: Total jagung yang dihasilkan = $45 \text{ kg} + 35 \text{ kg} + 50 \text{ kg} = 130 \text{ kg}$

Soal 2: Konsep Geometris

Sebuah taman berbentuk persegi panjang memiliki panjang 12 meter dan lebar 8 meter. Hitunglah luas taman tersebut.

Jawaban: Luas taman = panjang \times lebar = 12 m \times 8 m = 96 m²

Soal 3: Pemecahan Masalah

Seorang pedagang buah menjual 120 kg apel dalam 3 hari. Jika ia menjual 30 kg pada hari pertama dan 40 kg pada hari kedua, berapa kg apel yang ia jual pada hari ketiga?

Jawaban: Jumlah apel yang dijual pada hari ketiga = Total apel - (apel hari pertama + apel hari kedua) = 120 kg - (30 kg + 40 kg) = 120 kg - 70 kg = 50 kg

D. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Kemampuan Matematis

1. Faktor Internal
 - a. Kecerdasan

Kecerdasan umum atau IQ memiliki pengaruh signifikan terhadap kemampuan matematis seseorang. Kecerdasan memengaruhi berbagai aspek kognitif yang relevan dengan matematika, seperti kemampuan berpikir logis, pemecahan masalah, dan pemahaman konsep abstrak. Individu dengan kecerdasan tinggi cenderung lebih mudah memahami konsep-konsep matematika yang kompleks dan dapat menerapkan strategi penyelesaian masalah dengan lebih efektif. Penelitian menunjukkan bahwa ada korelasi positif antara tingkat kecerdasan dan pencapaian matematika, di mana siswa dengan IQ lebih tinggi cenderung mencapai hasil yang lebih

baik dalam tes matematika dan memiliki kemampuan analitis yang lebih kuat.

b. Minat

Minat terhadap pelajaran matematika juga memainkan peran penting dalam kemampuan matematis. Minat yang tinggi dapat meningkatkan motivasi belajar, yang pada gilirannya mempengaruhi keinginan siswa untuk mempelajari dan memahami materi matematika dengan lebih mendalam. Siswa yang tertarik pada matematika cenderung lebih bersemangat dalam menghadapi tantangan matematis dan lebih tekun dalam menyelesaikan tugas-tugas yang berkaitan dengan matematika. Selain itu, minat dapat mendorong siswa untuk mencari sumber belajar tambahan dan melibatkan diri dalam aktivitas matematika di luar kelas, seperti kompetisi matematika atau klub matematika, yang dapat memperkuat pemahaman mereka.

2. Faktor Eksternal

a. Lingkungan Belajar

Lingkungan belajar memiliki dampak besar terhadap perkembangan kemampuan matematis siswa. Peran keluarga, teman sebaya, dan guru sangat penting dalam menciptakan suasana belajar yang mendukung. Keluarga yang memberikan dukungan, seperti membantu dengan pekerjaan rumah dan memberikan

dorongan positif, dapat meningkatkan motivasi dan rasa percaya diri siswa dalam belajar matematika. Teman sebaya yang memiliki minat dan prestasi dalam matematika dapat menjadi sumber inspirasi dan motivasi bagi siswa lainnya. Guru yang kompeten dan memiliki metode pengajaran yang efektif juga sangat penting, karena mereka dapat membuat materi matematika menjadi lebih menarik dan mudah dipahami. Interaksi positif antara siswa dan guru serta pendekatan pengajaran yang individual dapat membantu mengatasi kesulitan belajar dan mendorong pencapaian akademik yang lebih tinggi.

b. Ketersediaan Sumber Daya

Akses terhadap sumber daya pendidikan, seperti buku, materi belajar, dan teknologi, sangat memengaruhi kemampuan matematis siswa. Sumber daya yang memadai memungkinkan siswa untuk mendapatkan informasi yang diperlukan, mempraktikkan keterampilan yang telah dipelajari, dan mengeksplorasi konsep-konsep matematika secara lebih mendalam. Buku-buku teks yang baik dan materi pembelajaran yang disusun dengan baik dapat membantu siswa memahami konsep-konsep yang kompleks. Teknologi pendidikan, seperti perangkat lunak matematika dan aplikasi pembelajaran online, juga dapat menyediakan alat bantu

visual dan interaktif yang membuat pembelajaran matematika lebih menarik dan efektif. Ketersediaan sumber daya ini penting untuk memastikan bahwa semua siswa memiliki kesempatan yang sama untuk belajar dan berkembang dalam matematika.

Secara keseluruhan, kemampuan matematis dipengaruhi oleh kombinasi faktor internal dan eksternal. Mengoptimalkan kedua faktor ini melalui pendekatan yang holistik dan terintegrasi dapat membantu siswa mencapai potensi penuh mereka dalam bidang matematika. Dengan memperhatikan kecerdasan dan minat siswa, serta menciptakan lingkungan belajar yang mendukung dan menyediakan sumber daya yang memadai, kita dapat membantu siswa mengembangkan keterampilan matematis yang kuat dan berkelanjutan.

E. Penerapan Kemampuan Pemahaman Matematis di Berbagai Bidang

1. Bidang Keuangan dan Bisnis

Matematika memainkan peran krusial dalam pengelolaan keuangan pribadi dan bisnis. Dalam keuangan pribadi, matematika digunakan untuk mengatur anggaran, merencanakan pensiun, dan membuat keputusan investasi. Konsep bunga majemuk, amortisasi, dan nilai waktu dari uang semuanya didasarkan pada matematika. Dalam konteks bisnis, matematika digunakan untuk analisis keuangan, penetapan harga, dan

pengelolaan risiko. Kemampuan untuk melakukan analisis matematika yang akurat membantu individu dan perusahaan dalam membuat keputusan keuangan yang lebih baik, mengoptimalkan sumber daya, dan memaksimalkan keuntungan.

2. Bidang Ekonomi dan Kebijakan Publik

Pemahaman matematika sangat penting dalam analisis ekonomi dan pembuatan kebijakan publik. Analisis biaya-manfaat, yang digunakan untuk mengevaluasi proyek infrastruktur atau kebijakan publik, memerlukan perhitungan matematika yang kompleks. Demikian pula, analisis risiko dan ketidakpastian, yang penting dalam perencanaan ekonomi dan investasi, melibatkan statistik dan probabilitas. Para pembuat kebijakan menggunakan data ekonomi dan model matematis untuk merumuskan kebijakan yang dapat memaksimalkan kesejahteraan masyarakat dan meminimalkan dampak negatif. Dengan demikian, kemampuan matematis memberikan dasar yang kuat untuk membuat keputusan yang informatif dan berbasis bukti dalam berbagai aspek kehidupan ekonomi.

3. Bidang Kesehatan

Dalam bidang kesehatan, kemampuan pemahaman matematis memiliki peran yang sangat penting, terutama dalam pemodelan

dan simulasi penyebaran penyakit. Salah satu aplikasi utama dari kemampuan matematis di bidang ini adalah penggunaan model matematika untuk mensimulasikan penyebaran penyakit di populasi. Sebagai contoh, model SIR (Susceptible-Infectious-Recovered) dalam epidemiologi adalah salah satu model yang paling umum digunakan. Model ini didasarkan pada serangkaian persamaan diferensial yang merepresentasikan transisi individu dari status rentan (susceptible) menjadi terinfeksi (infectious) dan akhirnya sembuh atau menjadi kebal (recovered). Pemahaman yang mendalam terhadap persamaan diferensial yang mendasari model SIR penting untuk merancang simulasi yang akurat. Selain itu, simulasi penyebaran penyakit dengan variasi parameter epidemiologi dapat memberikan wawasan yang berharga tentang bagaimana penyakit dapat menyebar dalam populasi yang berbeda.

F. Kesimpulan

Kemampuan pemahaman matematis memiliki dampak yang luas dan mendalam di berbagai bidang kehidupan, termasuk bidang keuangan dan bisnis, ekonomi dan kebijakan publik, dan kesehatan. Dalam setiap disiplin, matematika digunakan untuk menganalisis data, merancang model, memecahkan masalah, dan membuat keputusan yang berdampak. Dalam ekonomi dan keuangan, matematika digunakan untuk memprediksi tren pasar, mengelola

risiko, dan merancang kebijakan keuangan. Kemampuan matematis bukan hanya penting dalam konteks pendidikan formal, tetapi juga merupakan alat yang kuat dan esensial dalam memahami dan mengatasi tantangan kompleks dalam dunia modern.

Dalam kehidupan sehari-hari, kemampuan matematis membantu dalam memecahkan masalah, membuat keputusan, dan meningkatkan pemahaman terhadap dunia di sekitar kita. Dari mengelola keuangan pribadi hingga merencanakan perjalanan, matematika memberikan kerangka kerja untuk memahami dan mengatasi berbagai situasi. Selain itu, dalam konteks pendidikan, kemampuan matematis memberikan dasar yang kuat untuk pemahaman konsep-konsep yang lebih kompleks di bidang ilmu pengetahuan dan teknologi. Oleh karena itu, penting bagi individu untuk terus mengembangkan kemampuan matematis mereka agar dapat berhasil dan berkembang dalam berbagai aspek kehidupan.

Rekomendasi

1. Praktik secara teratur

Latihan adalah kunci untuk meningkatkan kemampuan matematis. Luangkan waktu setiap hari untuk memecahkan masalah matematika atau mengerjakan latihan soal.

2. Gunakan sumber daya online

Ada banyak sumber daya matematika online yang dapat membantu Anda belajar dan

memahami konsep-konsep matematika dengan lebih baik, seperti video tutorial, kuis interaktif, dan forum diskusi.

3. Kerja sama dengan orang lain

Belajar matematika bersama teman atau bergabung dengan kelompok belajar dapat membantu Anda memecahkan masalah dengan lebih efektif dan memperluas pemahaman Anda melalui diskusi.

4. Terapkan dalam kehidupan sehari-hari

Coba terapkan konsep matematika dalam situasi sehari-hari, seperti membagi tagihan restoran, menghitung diskon belanja, atau merencanakan rute perjalanan. Ini membantu Anda melihat relevansi matematika dalam kehidupan nyata.

5. Jangan takut untuk mencoba

Jangan takut untuk mencoba soal-soal yang sulit atau baru. Kesalahan adalah bagian alami dari pembelajaran, dan setiap kesalahan memberi kesempatan untuk belajar dan meningkatkan pemahaman Anda.

Daftar Pustaka

Ariati, C., & Juandi, D. (2022). Kemampuan Penalaran Matematis: Systematic Literature Review. *LEMMA: Letters Of Mathematics Education*, 8(2), 61-75.

Cahyani, N. D., & Sritresna, T. (2023). Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam

- Menyelesaikan Soal Cerita. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Matematika: PowerMathEdu*, 2(1), 103-112.
- Fuadi, R., Johar, R., & Munzir, S. (2016). Peningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematis melalui Pendekatan Kontekstual. *Jurnal Didaktik Matematika*, 3(1), 47-54.
- Hajar, S. S., Sofyan, S., & Amalia, R. (2021). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Open-Ended Ditinjau dari Kecerdasan Emosional. *Jurnal Ilmiah Matematika Realistik*, 2(2), 32-36.
- Khairunnisa, A., Juandi, D., & Gozali, S. M. (2022). Systematic Literature Review: Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 1846-1856.
- Marfu'ah et. al. (2022). Model Pembelajaran Matematika untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa. *In PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika (Vol. 5, pp. 50-54)*.
- Pratiwi, V. E., & Soebagyo, J. (2022). Analisis Bibliometrik terhadap Kemampuan Penalaran Matematis. *Jurnal Riset Pembelajaran Matematika Sekolah*, 6(2), 11-18.
- Putri, D. K., Sulianto, J., & Azizah, M. (2019). Kemampuan Penalaran Matematis Ditinjau dari Kemampuan Pemecahan Masalah.

International Journal of Elementary Education,
3(3), 351-357.

Santosa, F. H., Negara, H. R. P., & Bahri, S. (2020). Efektivitas Pembelajaran Google Classroom terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Siswa. *Jurnal Pemikiran dan Penelitian Pendidikan Matematika (JP3M)*, 3(1), 62-70.

Saputra, H. (2022). *Kemampuan Pemahaman Matematis*.

BAB 10

KEMAMPUAN SPASIAL MATEMATIS

Dian Anggraeni Maharbid

Tujuan:

Setelah mempelajari Bab ini, pembaca diharapkan:

1. Memahami konsep dasar kemampuan spasial
2. Meningkatkan pemahaman tentang perkembangan kemampuan spasial pada anak
3. Mengidentifikasi peran orang tua dan pendidik dalam mengembangkan kemampuan spasial anak
4. Mengetahui aplikasi kemampuan spasial dalam berbagai bidang
5. Mengembangkan strategi untuk meningkatkan kemampuan spasial pada diri sendiri

Pendahuluan

Kemampuan spasial adalah kemampuan kognitif yang mendasar bagi manusia dalam memahami dan berinteraksi dengan lingkungan sekitarnya. Dari merencanakan rute perjalanan hingga memecahkan teka-teki ruang, kemampuan spasial membantu kita menghadapi berbagai tantangan dalam kehidupan sehari-hari. Namun, tidak semua orang menyadari betapa pentingnya

kemampuan ini, atau bahkan bagaimana mengembangkannya secara optimal.

Untuk memberikan pemahaman yang mendalam, strategi yang bermanfaat, dan contoh nyata tentang bagaimana kemampuan spasial memengaruhi kehidupan kita, bab ini mengajak pembaca dalam perjalanan eksplorasi yang menarik dan bermanfaat.

Sebagai langkah awal, kita perlu memahami apa sebenarnya yang dimaksud dengan "kemampuan spasial". Secara sederhana, kemampuan spasial merujuk pada kemampuan seseorang dalam memahami dan memanipulasi objek, bentuk, dan ruang dalam pikiran mereka. Ini meliputi kemampuan untuk memvisualisasikan objek dalam ruang tiga dimensi, memahami hubungan spasial antara objek, dan melakukan rotasi mental terhadap objek. Dalam banyak hal, kemampuan spasial adalah fondasi bagi berbagai kegiatan kreatif dan analitis dalam kehidupan sehari-hari, mulai dari membangun model bangunan hingga mengerti peta jalan.

Namun, tidak semua orang dilahirkan dengan tingkat kemampuan spasial yang sama. Faktor-faktor genetik, lingkungan, dan pengalaman berperan dalam membentuk tingkat kemampuan spasial seseorang. Oleh karena itu, penting bagi kita untuk memahami bagaimana kemampuan spasial berkembang seiring waktu, terutama pada masa perkembangan anak-anak.

Perkembangan kemampuan spasial pada anak-anak adalah fokus utama dari bab-bab awal buku ini. Melalui pemahaman tentang tahapan perkembangan dan faktor-faktor yang memengaruhi, orang tua, pendidik, dan pengasuh dapat berperan aktif dalam membantu anak-anak mengembangkan kemampuan spasial mereka. Dengan memberikan paparan yang tepat terhadap aktivitas-aktivitas yang merangsang kemampuan spasial, kita dapat membantu membangun fondasi yang kuat bagi anak-anak untuk mengeksplorasi dan memahami dunia di sekitar mereka.

Namun, kemampuan spasial tidak hanya relevan bagi anak-anak; orang dewasa pun dapat memperoleh manfaat yang signifikan dengan meningkatkan kemampuan ini. Bab-bab selanjutnya akan membahas strategi yang dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan spasial pada orang dewasa, mulai dari latihan sederhana hingga aplikasi dunia nyata. Melalui pemahaman yang mendalam tentang manfaat kemampuan spasial dalam berbagai profesi dan kehidupan sehari-hari, pembaca akan dibekali dengan alat yang diperlukan untuk mengoptimalkan kemampuan mereka.

Dengan demikian, buku ini tidak hanya berfungsi sebagai sumber informasi, tetapi juga sebagai panduan praktis untuk mengembangkan kemampuan spasial yang dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Melalui kombinasi antara teori, penelitian, dan aplikasi praktis, buku ini diharapkan dapat menjadi teman setia bagi siapa pun yang

tertarik untuk memahami, mengembangkan, dan mengoptimalkan kemampuan spasial mereka.

A. Dasar-dasar Kemampuan Spasial

Dasar-dasar kemampuan spasial mencakup konsep fundamental yang membentuk pemahaman kita tentang ruang dan bentuk. Ini meliputi kemampuan untuk memvisualisasikan objek dalam ruang tiga dimensi, memahami hubungan spasial antara objek, serta kemampuan untuk melakukan rotasi mental terhadap objek. Selain itu, faktor-faktor seperti genetika, lingkungan, pengalaman, dan pendidikan turut memengaruhi perkembangan kemampuan spasial seseorang. Pemahaman yang mendalam tentang dasar-dasar ini memungkinkan kita untuk mengaplikasikan kemampuan spasial dalam berbagai konteks, mulai dari navigasi hingga desain, serta memberikan landasan yang kokoh untuk pengembangan lebih lanjut dalam bidang ini.

1. Definisi dan Konsep Dasar Dasar

Kemampuan spasial, juga dikenal sebagai kemampuan spatial, adalah kemampuan individu untuk memahami, menginterpretasikan, dan menggunakan informasi tentang ruang dan posisi objek dalam ruang. Kemampuan ini melibatkan penggunaan berbagai strategi, seperti visualisasi, analisis, dan manipulasi, untuk memahami dan mengelola informasi spasial (Uttal, 2001).

Kemampuan spasial adalah bagian sentral dari adaptasi manusia. Newcombe, N. S., & Huttenlocher, J. (2000) menjelaskan bahwa untuk memahami fungsi kognitif manusia, kita harus memahami bagaimana orang-orang mengkode lokasi benda, bagaimana mereka bergerak di dunia, dan bagaimana mereka mewakili dan mengatur informasi spasial secara mental (Newcombe & Huttenlocher, 2000).

Komponen Kemampuan Spasial

Kemampuan spasial terdiri dari beberapa komponen dasar yang saling terkait dan berinteraksi untuk membentuk kemampuan yang lebih luas. Beberapa komponen dasar tersebut adalah (Shepard, 1978):

- 1) Visualisasi Spasial: Kemampuan untuk memvisualisasikan objek dan ruang dalam mental dan memahami hubungan antara mereka.
- 2) Analisis Spasial: Kemampuan untuk menganalisis informasi spasial, seperti posisi, jarak, dan orientasi, untuk membuat keputusan yang tepat.
- 3) Manipulasi Spasial: Kemampuan untuk mengubah dan mengatur posisi objek dalam ruang untuk mencapai tujuan tertentu.

- 4) Persepsi Spasial: Kemampuan untuk memahami dan menginterpretasikan informasi spasial yang diterima dari lingkungan.

2. Faktor-faktor yang memengaruhi perkembangan

Kemampuan spasial dipengaruhi oleh beberapa faktor (Raper, 2003), termasuk:

- 1) Pengalaman: Pengalaman individu dalam berbagai situasi spasial, seperti navigasi, perencanaan, dan manipulasi objek, dapat meningkatkan kemampuan spasial.
- 2) Keterampilan: Keterampilan seperti visualisasi, analisis, dan manipulasi dapat meningkatkan kemampuan spasial.
- 3) Kecerdasan: Kecerdasan, termasuk kecerdasan visual dan kecerdasan spasial, dapat mempengaruhi kemampuan spasial.
- 4) Lingkungan: Lingkungan individu, seperti ruang yang terorganisir dan tidak terorganisir, dapat mempengaruhi kemampuan spasial.

B. Pengembangan Kemampuan Spasial pada Anak

Kemampuan visual-spasial merupakan aspek penting dalam perkembangan anak, terutama yang berkaitan dengan gambar dan bentuk.

Pengembangan kemampuan spasial pada anak melalui tahapan yang sistematis dan terarah sangat penting untuk meningkatkan kecerdasan visual spasial anak. Tahap-tahap perkembangan kemampuan spasial pada anak (Santrock, 2019; Newcombe, & Frick, 2010; Mix, 2014) diantaranya:

1. Usia 1-1,5 Tahun

Pada tahap ini, anak mulai memasuki periode di mana mereka dapat mengembangkan kemampuan visual-spasial. Kemampuan ini melibatkan kemampuan untuk memvisualisasikan apa yang ada dalam pikiran, fantasi, atau imajinasi mereka ke dalam bentuk gambar, desain, grafis, hingga lukisan. Anak-anak yang memiliki kecerdasan visual-spasial yang baik akan menonjol dalam hal menggambar dan memahami konsep warna, komposisi, desain, dan seni.

2. Usia 2-4 tahun

Pada tahap ini, anak-anak mulai mengembangkan pemahaman awal tentang ruang dan bentuk. Mereka mungkin mulai membedakan antara objek yang berbeda dan memahami konsep dasar seperti besar dan kecil, dekat dan jauh. Aktivitas seperti membangun blok, mengerjakan puzzle sederhana, dan bermain permainan yang melibatkan manipulasi objek dapat membantu anak-anak mengembangkan pemahaman awal mereka tentang kemampuan spasial.

3. Usia 4-7 tahun

Pada tahap ini, anak-anak mulai mengembangkan pemahaman yang lebih kompleks tentang ruang dan bentuk. Mereka mungkin mulai memahami konsep-konsep seperti arah, tinggi dan rendah, serta kiri dan kanan. Aktivitas yang melibatkan konstruksi dan manipulasi objek dalam ruang tiga dimensi, seperti membangun dengan blok konstruksi atau bermain dengan puzzle tiga dimensi, dapat membantu memperkuat kemampuan spasial mereka.

4. Usia 7-11 tahun

Pada tahap ini, anak-anak mulai mengembangkan pemahaman yang lebih abstrak tentang ruang dan bentuk. Mereka mungkin mulai memahami konsep seperti volume, berat, dan kapasitas, serta dapat memecahkan masalah yang melibatkan manipulasi objek dalam ruang tiga dimensi. Aktivitas yang melibatkan pemecahan masalah, seperti memecahkan teka-teki geometris atau membangun model matematika, dapat membantu mengembangkan kemampuan spasial mereka pada tahap ini.

5. Usia 11-15 tahun

Pada tahap ini, anak-anak mulai mengembangkan kemampuan untuk memahami konsep-konsep yang lebih kompleks dalam ruang dan bentuk. Mereka mungkin mulai memahami konsep geometri yang lebih abstrak, seperti simetri, transformasi, dan koordinat. Aktivitas yang

melibatkan pemecahan masalah yang lebih kompleks, seperti memecahkan teka-teki geometri atau menggambar grafik fungsi matematika, dapat membantu memperkuat kemampuan spasial mereka pada tahap ini.

6. Usia Lebih Lanjut

Anak-anak yang memiliki kecerdasan visual-spasial yang baik akan memiliki daya kreativitas tinggi. Mereka mampu memahami dan mengolah konsep visual dengan baik, termasuk mengingat gambar dengan detail dan memiliki kesadaran tinggi terhadap lingkungan sekitar

Tahapan ini meliputi beberapa kegiatan yang dapat membantu meningkatkan kemampuan visual spasial anak, seperti menggambar, bermain dengan balok, puzzle, membaca peta, membentuk finger painting, menggunting dan menempel, dan kegiatan lainnya (Uttal et al., 2013).

Setiap anak memiliki kemampuan yang berbeda-beda, dan penting bagi orangtua untuk memahami perkembangan anak di setiap tahapan usia agar dapat membantu mereka mengembangkan bakat dan keterampilan secara optimal. Dalam pengembangan kemampuan spasial pada anak, peran orang tua dan guru sangat penting. Mereka dapat membantu anak dengan memberikan pujian yang spesifik, mengajarkan anak bagaimana membaca peta, dan memberikan kegiatan yang dapat membantu meningkatkan kemampuan spasial anak.

C. Aplikasi Kemampuan Spasial dalam Berbagai Bidang

Aplikasi kemampuan spasial memiliki dampak yang signifikan dalam berbagai bidang, dari ilmu pengetahuan hingga desain. Berikut adalah beberapa bidang di mana kemampuan spasial memiliki peran penting:

1. Ilmu Pengetahuan dan Teknologi

Kemampuan spasial digunakan dalam berbagai disiplin ilmu, seperti astronomi, biologi, dan geografi. Dalam ilmu geografi, kemampuan untuk memahami dan memetakan ruang geografis merupakan keahlian yang krusial dalam pemahaman tentang fenomena geografis, seperti perubahan iklim, migrasi populasi, dan pola distribusi alam. Dalam teknologi, kemampuan spasial digunakan dalam pemodelan dan simulasi, pembangunan perangkat lunak, dan desain produk (Newcombe & Shipley, 2015).

2. Rekayasa dan Konstruksi

Kemampuan spasial digunakan dalam perencanaan proyek, seperti desain bangunan dan infrastruktur. Dalam rekayasa dan konstruksi, kemampuan spasial digunakan dalam perencanaan, desain, dan konstruksi struktur fisik. Kemampuan untuk memvisualisasikan objek dalam ruang tiga dimensi, memahami hubungan spasial antara komponen, dan melakukan perubahan desain secara visual merupakan keterampilan yang sangat penting dalam profesi ini. Misalnya,

insinyur sipil menggunakan kemampuan spasial untuk merancang jembatan, gedung, dan infrastruktur lainnya.

3. Navigasi dan Transportasi

Kemampuan spasial digunakan dalam navigasi, seperti menggunakan peta dan GPS. Dalam navigasi dan transportasi, kemampuan spasial adalah keterampilan yang sangat penting. Pilot, navigator, dan pengemudi menggunakan kemampuan spasial untuk merencanakan rute perjalanan, memahami peta dan arah, dan menghindari rintangan. Dengan memahami ruang dan orientasi, individu dapat menavigasi lingkungan dengan lebih efisien dan aman

4. Seni dan Desain

Kemampuan spasial juga krusial dalam seni dan desain. Seniman dan desainer menggunakan kemampuan spasial untuk membuat karya seni yang menarik dan desain yang efektif. Kemampuan untuk memvisualisasikan konsep dalam ruang tiga dimensi, memahami proporsi dan perspektif, serta mengatur elemen-elemen visual dalam komposisi yang harmonis adalah keterampilan yang sangat diperlukan dalam profesi ini.

5. Kedokteran dan Biologi

Dalam kedokteran dan biologi, kemampuan spasial digunakan dalam pemahaman tentang struktur tubuh manusia, prosedur medis, dan penelitian ilmiah. Ahli bedah, misalnya, menggunakan kemampuan spasial untuk melakukan operasi yang tepat

dan presisi. Selain itu, ahli biologi memanfaatkan kemampuan spasial dalam pemetaan struktur molekul, analisis data genetik, dan pemodelan sistem biologis kompleks.

6. Pendidikan dan Pembelajaran

Kemampuan spasial digunakan dalam pendidikan, seperti mengajar dan belajar topologi dan geometri. Kemampuan spasial juga memiliki aplikasi yang penting dalam pendidikan dan pembelajaran. Guru dapat menggunakan aktivitas yang merangsang kemampuan spasial, seperti puzzle, permainan konstruksi, dan kegiatan seni, untuk membantu siswa mengembangkan pemahaman mereka tentang ruang dan bentuk. Hal ini dapat membantu meningkatkan prestasi akademis mereka dalam berbagai mata pelajaran, termasuk matematika, ilmu pengetahuan, dan seni (National Research Council, 2006).

Dengan demikian, aplikasi kemampuan spasial sangat luas dan mencakup berbagai bidang kehidupan. Kemampuan ini tidak hanya penting dalam profesi teknis seperti rekayasa dan kedokteran, tetapi juga dalam seni, pendidikan, dan navigasi sehari-hari (Wai, Lubinski, Benbow, 2009). Dengan memahami dan mengoptimalkan kemampuan spasial, individu dapat meningkatkan kualitas hidup mereka dan berkontribusi pada kemajuan dalam berbagai bidang.

Daftar Pustaka

- Mix, K. S. (2014). The development of children's spatial thinking: A review of cognitive developmental research. *The Wiley Handbook of Cognitive Development*, 322-344
- National Research Council. (2006). *Learning to think spatially*. National Academies Press.
- Newcombe, N. S., & Huttenlocher, J. (2000). *Making space: The development of spatial cognition*. MIT Press
- Newcombe, N. S., & Shipley, T. F. (2015). Understanding the special and general nature of spatial learning. *Current Directions in Psychological Science*, 24(6), 363-369
- Newcombe, N., & Frick, A. (2010). Early education for spatial intelligence: Why, what, and how. *Mind, Brain, and Education*, 4(3), 102-111
- Raper, J. (2003). The role of spatial cognition in human navigation. In J. R. Anderson & C. P. Thompson (Eds.), *The Oxford handbook of cognitive linguistics* (pp. 363-382). Oxford University Press
- Santrock, J. W. (2019). *Life-Span Development (17th ed.)*. New York, NY: McGraw-Hill Education
- Shepard, R. N. (1978). The mental image. *American Psychologist*, 33(2), 125-137
- Uttal, D. H. (2001). *Spatial cognition: An introduction to the cognitive psychology of space*. MIT Press

- Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., & Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: A meta-analysis of training studies. *Psychological bulletin*, 139(2), 352
- Wai, J., Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2009). Spatial ability for STEM domains: Aligning over 50 years of cumulative psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology*, 101(4), 817

BAB **11**

MISKONSEPSI MATEMATIS

Sirojudin Wahid

Tujuan

Setelah mempelajari Bab ini, pembaca diharapkan:

1. Memahami definisi miskonsepsi matematis
2. Mengetahui dan memahami jenis miskonsepsi matematis
3. Mampu menghindari miskonsepsi matematis
4. Mempelajari contoh-contoh miskonsepsi matematis

Pendahuluan

Miskonsepsi dalam pembelajaran matematika merupakan masalah serius yang dapat menghambat pemahaman siswa terhadap konsep-konsep penting. Miskonsepsi adalah pemahaman yang keliru atau tidak lengkap tentang konsep atau prosedur matematika (Smith, diSessa, & Roschelle, 1993). Mengatasi miskonsepsi ini sangat penting karena dapat mempengaruhi kemampuan siswa untuk memecahkan masalah, menerapkan konsep dalam konteks baru, dan melanjutkan pembelajaran

matematika ke tingkat yang lebih tinggi (Hiebert & Grouws, 2007).

Miskonsepsi dapat terjadi karena beberapa faktor, seperti pengetahuan awal siswa yang salah, kesulitan dalam memahami konsep abstrak, pengajaran yang kurang efektif, dan penggunaan bahasa atau representasi yang dapat menimbulkan kebingungan (Clement, 1982; Nesher, 1987). Miskonsepsi dapat bertahan lama dan sulit untuk diubah, sehingga perlu dilakukan upaya sistematis untuk mengidentifikasi dan mengatasi masalah ini.

Strategi untuk mengidentifikasi dan mengatasi miskonsepsi dalam matematika dapat meliputi penggunaan asesmen diagnostik, diskusi kelompok, konflik kognitif, dan penggunaan representasi visual atau konkret (Bransford, Brown, & Cocking, 2000; Hiebert & Carpenter, 1992). Guru juga perlu membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang kuat, memberikan umpan balik yang bermakna, dan mengaitkan pembelajaran dengan pengetahuan dan pengalaman sebelumnya (National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

Upaya mengatasi miskonsepsi dalam matematika membutuhkan kolaborasi antara guru, peneliti, dan pembuat kebijakan untuk mengembangkan strategi pengajaran yang efektif dan mendukung pembelajaran yang bermakna (Hiebert & Grouws, 2007). Dengan mengidentifikasi dan mengatasi miskonsepsi secara tepat, siswa dapat membangun pemahaman yang lebih kuat dan dapat

menerapkan konsep matematika dengan lebih baik dalam berbagai situasi.

A. Definisi Miskonsepsi dan Kesalahan (Error)

Miskonsepsi adalah pemahaman atau keyakinan yang salah atau tidak akurat yang dimiliki individu tentang konsep atau fenomena tertentu. Misalnya, dalam konteks pendidikan, miskonsepsi sering diartikan sebagai pemahaman yang tidak sesuai dengan pandangan yang diterima oleh komunitas ilmiah. Driver dan Easley (1978) mendefinisikan miskonsepsi sebagai "pemahaman yang tidak sesuai dengan pandangan yang diterima oleh komunitas ilmiah". Dalam konteks sains, miskonsepsi dapat diartikan sebagai gagasan atau pandangan yang tidak akurat tentang fenomena alam. Duit dan Treagust (2003) menjelaskan bahwa miskonsepsi adalah "struktur pengetahuan yang terorganisir yang secara substansial berbeda dari pengetahuan yang diterima secara ilmiah".

Di bidang psikologi, miskonsepsi diartikan sebagai keyakinan yang salah yang dapat mempengaruhi perilaku dan pengambilan keputusan individu. Jones dan Slater (2003) menyatakan bahwa "miskonsepsi adalah kesalahpahaman atau pandangan yang salah tentang aspek-aspek tertentu dari dunia, yang bertahan meskipun adanya bukti yang bertentangan". Dalam pendidikan matematika, miskonsepsi sering diidentifikasi sebagai kesalahan pemahaman yang mendasar tentang konsep matematis. Menurut Ryan dan Williams (2007),

miskonsepsi adalah "pemahaman yang salah yang terjadi karena siswa mencoba untuk mengaitkan konsep baru dengan pengetahuan mereka yang sudah ada, tetapi melakukan asosiasi yang tidak tepat". Secara keseluruhan, definisi-definisi dari berbagai bidang menunjukkan bahwa miskonsepsi sering kali bersifat mendasar dan sulit diubah karena individu sering kali meyakini bahwa pemahaman mereka benar meskipun bertentangan dengan bukti yang ada. Hal ini menunjukkan pentingnya pendekatan pendidikan yang efektif untuk mengidentifikasi dan mengoreksi miskonsepsi secara sistematis.

Miskonsepsi dan kesalahan (error) adalah dua konsep yang sering kali muncul dalam konteks pendidikan dan pembelajaran, namun keduanya memiliki perbedaan mendasar. Miskonsepsi adalah pemahaman atau keyakinan yang salah atau tidak akurat yang dimiliki individu tentang suatu konsep. Miskonsepsi sering kali bersifat mendalam dan sistematis, sehingga sulit untuk diubah karena individu meyakini bahwa pemahaman mereka benar meskipun bertentangan dengan bukti yang ada. Driver dan Easley (1978) mendefinisikan miskonsepsi sebagai "pemahaman yang tidak sesuai dengan pandangan yang diterima oleh komunitas ilmiah". Miskonsepsi dapat terjadi karena pendidikan yang tidak memadai, interpretasi yang salah, atau informasi yang salah yang diterima dari lingkungan (Duit & Treagust, 2003).

Di sisi lain, kesalahan (error) adalah tindakan atau hasil yang tidak benar yang terjadi karena ketidakakuratan, kelalaian, atau kekurangtelitian. Kesalahan sering kali bersifat sementara dan dapat diidentifikasi serta dikoreksi dengan relatif cepat. Kesalahan bisa terjadi karena kurangnya perhatian, ketidaktahuan, atau ketidaktelitian saat melakukan suatu tugas. Menurut Ryan dan Williams (2007), kesalahan adalah ketidakakuratan dalam pelaksanaan suatu prosedur atau operasi yang bisa terjadi karena berbagai faktor seperti ketidaktelitian atau kelalaian. Kesalahan umumnya lebih mudah diperbaiki karena individu biasanya menyadari bahwa mereka telah membuat kesalahan dan bersedia untuk memperbaikinya dengan bantuan umpan balik yang tepat (Jones & Slater, 2003).

Secara kesimpulan, perbedaan utama antara miskonsepsi dan kesalahan terletak pada kedalaman dan persistensi dari pemahaman yang salah. Miskonsepsi adalah kesalahpahaman yang lebih mendalam dan sistematis yang sulit diubah karena individu percaya bahwa pemahaman mereka benar. Sebaliknya, kesalahan adalah ketidakakuratan atau kekeliruan yang biasanya bersifat sementara dan dapat diperbaiki dengan perhatian atau koreksi yang tepat. Pemahaman yang jelas tentang perbedaan ini penting dalam konteks pendidikan untuk merancang intervensi yang efektif dalam mengoreksi pemahaman yang salah.

B. Miskonsepsi Umum dalam Pembelajaran Matematika

1. Miskonsepsi dalam Operasi Bilangan

Salah satu miskonsepsi umum dalam operasi bilangan adalah kesalahan dalam memahami konsep penjumlahan dan pengurangan. Sebagai contoh, ada siswa yang menganggap bahwa menambahkan angka selalu menghasilkan angka yang lebih besar, tanpa memahami adanya bilangan negatif (Brown & Burton, 1978). Misalnya, ada siswa yang berpikir bahwa $-3 + 5$ sama dengan -8 karena mereka melihat operasi tersebut sebagai pengurangan daripada penjumlahan.

Miskonsepsi seperti ini dapat terjadi karena beberapa alasan. Pertama, siswa mungkin memiliki pemahaman yang terbatas tentang bilangan negatif dan bagaimana operasi matematika bekerja pada bilangan negatif (Weinberg, 2001). Kedua, pengajaran yang kurang tepat atau kurang memberikan contoh yang konkret dapat menyebabkan siswa mengembangkan pemahaman yang keliru (Nesher, 1987). Ketiga, penggunaan representasi atau bahasa yang ambigu dalam menjelaskan konsep dapat menimbulkan kebingungan bagi siswa (Clement, 1982).

Untuk mengatasi miskonsepsi ini, guru dapat menggunakan strategi seperti menggunakan model konkret atau representasi visual untuk menjelaskan konsep penjumlahan

dan pengurangan dengan bilangan negatif (Hiebert & Carpenter, 1992). Misalnya, menggunakan garis bilangan atau konteks kehidupan nyata untuk membantu siswa memvisualisasikan operasi tersebut. Guru juga dapat memberikan umpan balik yang bermakna dan mengajak siswa untuk mengeksplorasi contoh-contoh yang bertentangan dengan miskonsepsi mereka (Bransford et al., 2000).

Selain itu, penting bagi guru untuk mengidentifikasi miskonsepsi yang dimiliki siswa melalui asesmen diagnostik atau diskusi kelompok (National Council of Teachers of Mathematics, 2014). Dengan memahami miskonsepsi yang ada, guru dapat merancang pembelajaran yang lebih efektif dan membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang kuat.

2. Miskonsepsi dalam Aljabar

Dalam aljabar, banyak siswa yang kesulitan memahami konsep variabel dan persamaan. Miskonsepsi yang sering terjadi adalah siswa menganggap variabel sebagai objek tetap dan bukan sebagai representasi dari nilai yang dapat berubah (Confrey, 1990). Sebagai contoh, ada siswa yang menganggap bahwa dalam persamaan $3x + 5 = 11$, variabel x harus selalu bernilai 3, tanpa menyadari bahwa nilai x berubah tergantung pada persamaan yang diberikan.

Miskonsepsi ini dapat terjadi karena beberapa alasan. Pertama, siswa mungkin memiliki pemahaman yang terbatas tentang konsep variabel dan bagaimana variabel digunakan dalam persamaan (Kieran, 1992). Kedua, pengajaran yang kurang tepat atau kurang memberikan contoh yang konkret dapat menyebabkan siswa mengembangkan pemahaman yang keliru (Nesher, 1987). Ketiga, penggunaan representasi atau bahasa yang ambigu dalam menjelaskan konsep dapat menimbulkan kebingungan bagi siswa (Clement, 1982).

Untuk mengatasi miskonsepsi ini, guru dapat menggunakan strategi seperti menggunakan model konkret atau representasi visual untuk menjelaskan konsep variabel dan persamaan (Hiebert & Carpenter, 1992). Misalnya, menggunakan konteks kehidupan nyata atau manipulatif untuk membantu siswa memahami bagaimana variabel dapat mewakili nilai yang berubah. Guru juga dapat memberikan umpan balik yang bermakna dan mengajak siswa untuk mengeksplorasi contoh-contoh yang bertentangan dengan miskonsepsi mereka (Bransford et al., 2000).

Selain itu, penting bagi guru untuk mengidentifikasi miskonsepsi yang dimiliki siswa melalui asesmen diagnostik atau diskusi kelompok (National Council of Teachers of Mathematics, 2014). Dengan memahami miskonsepsi yang ada, guru dapat merancang

pembelajaran yang lebih efektif dan membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang kuat tentang variabel dan persamaan.

3. Miskonsepsi dalam Geometri

Dalam geometri, miskonsepsi umum termasuk pemahaman yang salah tentang sifat-sifat bentuk geometris dan hubungan antara bentuk tersebut (Clements & Sarama, 2004). Sebagai contoh, ada siswa yang berpikir bahwa semua segitiga sama sisi memiliki sudut yang sama tanpa memahami konsep segitiga sama kaki atau segitiga sembarang. Selain itu, ada juga yang beranggapan bahwa diameter adalah setengah dari jari-jari lingkaran, padahal seharusnya diameter adalah dua kali jari-jari (Van de Walle, 2004).

Miskonsepsi ini dapat terjadi karena beberapa alasan. Pertama, siswa mungkin memiliki pemahaman yang terbatas tentang sifat-sifat bentuk geometris dan hubungan antara bentuk tersebut (Chinnappan & Lawson, 2005). Kedua, pengajaran yang kurang tepat atau kurang memberikan contoh yang konkret dapat menyebabkan siswa mengembangkan pemahaman yang keliru (Nesher, 1987). Ketiga, penggunaan representasi atau bahasa yang ambigu dalam menjelaskan konsep dapat menimbulkan kebingungan bagi siswa (Clement, 1982).

Untuk mengatasi miskonsepsi ini, guru dapat menggunakan strategi seperti menggunakan model konkret atau representasi visual untuk menjelaskan sifat-sifat bentuk geometris dan hubungan antara bentuk tersebut (Hiebert & Carpenter, 1992). Misalnya, menggunakan manipulatif atau perangkat lunak geometri dinamis untuk membantu siswa memvisualisasikan dan mengeksplorasi sifat-sifat bentuk geometris. Guru juga dapat memberikan umpan balik yang bermakna dan mengajak siswa untuk mengeksplorasi contoh-contoh yang bertentangan dengan miskonsepsi mereka (Bransford et al., 2000).

Selain itu, penting bagi guru untuk mengidentifikasi miskonsepsi yang dimiliki siswa melalui asesmen diagnostik atau diskusi kelompok (National Council of Teachers of Mathematics, 2014). Dengan memahami miskonsepsi yang ada, guru dapat merancang pembelajaran yang lebih efektif dan membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang kuat tentang sifat-sifat bentuk geometris dan hubungan antara bentuk tersebut.

4. Miskonsepsi dalam Peluang

Banyak siswa yang kesulitan memahami konsep peluang dan statistik. Miskonsepsi yang umum adalah menganggap bahwa peluang suatu kejadian selalu sama dengan peluang kejadian lainnya, tanpa memperhitungkan

faktor-faktor yang mempengaruhi peluang tersebut (Shulman, 1986). Sebagai contoh, siswa mungkin berpikir bahwa peluang mendapatkan angka 6 pada lemparan dadu adalah sama dengan peluang mendapatkan angka 6 pada lemparan berikutnya, tanpa memahami konsep independensi atau pengaruh percobaan sebelumnya (Cobb, 1986).

Miskonsepsi ini dapat terjadi karena beberapa alasan. Pertama, siswa mungkin memiliki pemahaman yang terbatas tentang konsep peluang dan statistik, serta faktor-faktor yang mempengaruhi peluang suatu kejadian (Shaughnessy, 1992). Kedua, pengajaran yang kurang tepat atau kurang memberikan contoh yang konkret dapat menyebabkan siswa mengembangkan pemahaman yang keliru (Nesher, 1987). Ketiga, penggunaan representasi atau bahasa yang ambigu dalam menjelaskan konsep dapat menimbulkan kebingungan bagi siswa (Clement, 1982).

Untuk mengatasi miskonsepsi ini, guru dapat menggunakan strategi seperti menggunakan model konkret atau representasi visual untuk menjelaskan konsep peluang dan statistik (Hiebert & Carpenter, 1992). Misalnya, menggunakan simulasi atau eksperimen konkret untuk membantu siswa memahami konsep independensi dan faktor-faktor yang mempengaruhi peluang. Guru juga dapat

memberikan umpan balik yang bermakna dan mengajak siswa untuk mengeksplorasi contoh-contoh yang bertentangan dengan miskonsepsi mereka (Bransford et al., 2000).

Selain itu, penting bagi guru untuk mengidentifikasi miskonsepsi yang dimiliki siswa melalui asesmen diagnostik atau diskusi kelompok (National Council of Teachers of Mathematics, 2014). Dengan memahami miskonsepsi yang ada, guru dapat merancang pembelajaran yang lebih efektif dan membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang kuat tentang peluang dan statistik.

5. Miskonsepsi dalam Topik Lain

Miskonsepsi juga sering terjadi dalam topik-topik matematika lainnya seperti kalkulus dan teori bilangan. Sebagai contoh, dalam kalkulus, siswa mungkin memiliki pemahaman yang salah tentang limit dan turunan (Tall & Vinner, 1981). Mereka bisa saja berpikir bahwa limit dari suatu fungsi pada titik tertentu adalah sama dengan nilai fungsi tersebut pada titik tersebut, padahal konsep limit melibatkan pendekatan nilai fungsi ke titik tersebut dari kedua sisi.

Miskonsepsi dalam topik-topik matematika lanjutan ini dapat terjadi karena beberapa alasan. Pertama, konsep-konsep dalam kalkulus dan teori bilangan seringkali abstrak dan sulit untuk divisualisasikan, sehingga membuat siswa sulit membangun

pemahaman yang tepat (Clement, 1982). Kedua, pengajaran yang kurang efektif atau kurang memberikan contoh dan representasi yang sesuai dapat menyebabkan siswa mengembangkan pemahaman yang keliru (Nesher, 1987). Ketiga, siswa memiliki miskonsepsi sebelumnya yang tidak teridentifikasi, sehingga menyebabkan sulit membangun pemahaman yang benar pada topik-topik lanjutan (Bransford et al., 2000).

Untuk mengatasi miskonsepsi ini, guru dapat menggunakan strategi seperti menggunakan representasi visual atau model konkret untuk menjelaskan konsep-konsep abstrak dalam kalkulus dan teori bilangan (Hiebert & Carpenter, 1992). Misalnya, menggunakan grafik atau simulasi komputer untuk memvisualisasikan konsep limit dan turunan. Guru juga dapat memberikan umpan balik yang bermakna dan mengajak siswa untuk mengeksplorasi contoh-contoh yang bertentangan dengan miskonsepsi (National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

Penting bagi guru untuk mengidentifikasi miskonsepsi yang dimiliki siswa melalui asesmen diagnostik atau diskusi kelompok. Dengan memahami miskonsepsi yang ada, guru dapat merancang pembelajaran yang lebih efektif dan membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang kuat pada topik-topik matematika lanjutan (Bransford et al., 2000).

C. Analisis Penyebab Terjadinya Miskonsepsi

Miskonsepsi dalam matematika dapat disebabkan oleh berbagai faktor, yang dijelaskan sebagai berikut:

1. Pengajaran yang Tidak Efektif Pengajaran yang tidak efektif merupakan salah satu penyebab terjadinya miskonsepsi pada siswa. Guru mungkin kurang jelas dalam menjelaskan konsep-konsep dasar atau menggunakan metode yang tidak sesuai dengan gaya belajar siswa (Thompson, 1984). Penjelasan konsep yang kurang jelas dapat menyebabkan kebingungan dan pemahaman yang keliru pada siswa. Selain itu, metode pengajaran yang tidak sesuai dengan gaya belajar siswa dapat menghambat proses pemahaman, sehingga memicu terjadinya miskonsepsi.
2. Kurikulum yang Kurang Terstruktur Kurikulum yang tidak terstruktur dengan baik juga dapat menjadi sumber miskonsepsi. Kurikulum yang tidak terstruktur dengan baik dapat membuat siswa bingung dan mengembangkan pemahaman yang salah tentang konsep matematika (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Urutan penyajian materi yang tidak sistematis atau kurangnya kesinambungan antara konsep-konsep dapat menyebabkan siswa mengalami kesulitan dalam membangun pemahaman yang utuh dan benar.
3. Metode Pembelajaran yang Tidak Variatif Metode pembelajaran yang tidak variatif juga

dapat berkontribusi terhadap terjadinya miskonsepsi. Menggunakan metode yang sama untuk semua siswa tanpa mempertimbangkan perbedaan individu dalam gaya belajar dapat menyebabkan miskonsepsi (Resnick & Ford, 1981). Setiap siswa memiliki gaya belajar yang berbeda, sehingga metode pembelajaran yang tidak disesuaikan dengan gaya belajar tersebut dapat menghambat proses pemahaman dan memicu terjadinya miskonsepsi.

4. Faktor Eksternal Faktor-faktor eksternal seperti tekanan dari orang tua, lingkungan belajar yang tidak kondusif, dan kurangnya sumber daya juga dapat berkontribusi terhadap terjadinya miskonsepsi (Sweller et al., 2011). Tekanan dari orang tua dapat menyebabkan siswa merasa tertekan dan mengalami kesulitan dalam memahami konsep. Lingkungan belajar yang tidak kondusif, seperti ruang kelas yang berisik atau kurangnya fasilitas pendukung, dapat mengganggu konsentrasi dan mempengaruhi proses pemahaman siswa. Kurangnya sumber daya seperti buku teks atau alat peraga juga dapat menyebabkan siswa mengalami kesulitan dalam memvisualisasikan konsep abstrak, yang dapat memicu terjadinya miskonsepsi.

Faktor-faktor tersebut dapat menyebabkan siswa mengembangkan pemahaman yang keliru atau tidak lengkap tentang konsep-konsep matematika. Oleh karena itu, penting bagi guru untuk memahami dan mengidentifikasi sumber-sumber potensial

miskonsepsi agar dapat merancang pembelajaran yang lebih efektif dan membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang kuat.

D. Strategi dan Solusi untuk Mengatasi Miskonsepsi

Beberapa strategi untuk mengatasi miskonsepsi dalam matematika meliputi:

1. Metode Pengajaran yang Efektif: Guru harus menggunakan metode pengajaran yang variatif dan interaktif, seperti pembelajaran berbasis masalah dan pendekatan kontekstual, untuk membantu siswa memahami konsep dengan lebih baik (Hiebert & Grouws, 2007). metode pengajaran yang efektif seperti pembelajaran berbasis masalah, pendekatan kontekstual, dan diskusi kelompok dapat membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang lebih mendalam. Pembelajaran berbasis masalah melibatkan siswa dalam memecahkan masalah dunia nyata yang terkait dengan konsep matematika, sedangkan pendekatan kontekstual menggunakan konteks yang familiar bagi siswa untuk menjelaskan konsep. Diskusi kelompok juga dapat memba
2. Penggunaan Alat Bantu Visual dan Teknologi: Alat bantu visual seperti diagram, grafik, dan software matematika dapat membantu siswa memahami konsep yang abstrak (Mayer, 2001). penggunaan alat bantu visual dan teknologi seperti representasi visual, manipulatif fisik, dan teknologi digital dapat

memfasilitasi pemahaman konsep matematika yang abstrak. Representasi visual seperti diagram dan grafik membantu siswa memvisualisasikan konsep, sementara manipulatif fisik memberikan pengalaman hands-on. Teknologi digital seperti software matematika dan simulasi juga memungkinkan eksplorasi dan visualisasi konsep secara interaktif.

3. Pendekatan Pedagogis yang Tepat: Pendekatan pedagogis yang mengutamakan pemahaman konsep daripada hafalan, serta penggunaan asesmen formatif untuk mengidentifikasi dan memperbaiki miskonsepsi, sangat penting (Shulman, 1986). Pendekatan pedagogis yang tepat seperti pembelajaran bermakna, asesmen formatif, dan konflik kognitif sangat penting. Pembelajaran bermakna menekankan pada pemahaman konseptual daripada hafalan prosedural, sehingga membantu siswa membangun pengetahuan yang lebih mendalam dan tahan lama. Asesmen formatif membantu guru mengidentifikasi miskonsepsi siswa dan memberikan umpan balik yang sesuai. Konflik kognitif mendorong siswa untuk merestrukturisasi pemahaman mereka dengan menghadapi kontradiksi antara pemahaman awal dan konsep yang benar.

Strategi-strategi tersebut bertujuan untuk membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang kuat dalam matematika. Penggunaan metode pengajaran yang interaktif dan

kontekstual, serta alat bantu visual dan teknologi, dapat memfasilitasi proses pembelajaran dengan lebih baik. Selain itu, pendekatan pedagogis yang berfokus pada pemahaman konsep dan asesmen formatif memungkinkan guru untuk mengidentifikasi dan mengatasi miskonsepsi secara lebih efektif. Dengan menerapkan strategi-strategi ini, guru dapat menciptakan lingkungan belajar yang lebih bermakna dan membantu siswa mengembangkan pemahaman yang benar tentang konsep-konsep matematika. Hal ini sangat penting untuk memastikan keberhasilan siswa dalam mempelajari matematika dan membangun fondasi yang kuat untuk pembelajaran lebih lanjut.

E. Studi Kasus atau Penelitian Terbaru

Penelitian terbaru menunjukkan bahwa penggunaan teknologi pendidikan seperti aplikasi interaktif dan simulasi komputer dapat secara signifikan mengurangi miskonsepsi dalam matematika (Kaput, 1994). Salah satu contohnya adalah studi di tingkat sekolah menengah atas yang menemukan bahwa siswa yang menggunakan aplikasi pembelajaran interaktif memiliki pemahaman yang lebih baik tentang konsep aljabar dibandingkan dengan siswa yang hanya menggunakan buku teks tradisional (Tall & Vinner, 1981). Penggunaan teknologi pendidikan dalam pembelajaran matematika memiliki beberapa keunggulan dalam mengatasi miskonsepsi.

Pertama, aplikasi interaktif dan simulasi komputer memungkinkan siswa untuk memvisualisasikan dan mengeksplorasi konsep-konsep matematika secara lebih konkret dan dinamis (Drijvers, 2015). Visualisasi dan eksplorasi ini dapat membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang lebih kuat dan mengurangi kemungkinan terjadinya miskonsepsi. Kedua, teknologi pendidikan juga dapat memberikan umpan balik yang tepat waktu dan personal kepada siswa (Roschelle et al., 2010). Aplikasi interaktif dapat memberikan umpan balik langsung ketika siswa melakukan kesalahan atau mengalami miskonsepsi, sehingga membantu mereka memperbaiki pemahaman mereka secara lebih efektif. Ketiga, teknologi pendidikan memungkinkan adanya interaksi yang lebih aktif dan keterlibatan yang lebih besar dari siswa dalam proses pembelajaran (Bransford et al., 2000). Ketika siswa terlibat secara aktif dalam memvisualisasikan dan mengeksplorasi konsep melalui aplikasi interaktif dan simulasi, mereka lebih cenderung untuk membangun pemahaman yang mendalam dan mengurangi miskonsepsi. Namun, penting untuk dicatat bahwa penggunaan teknologi pendidikan harus diintegrasikan dengan baik ke dalam kurikulum dan praktik pengajaran yang efektif. Teknologi pendidikan bukan solusi ajaib yang dapat mengatasi miskonsepsi secara otomatis, tetapi harus digunakan sebagai alat pendukung dalam proses pembelajaran yang dirancang dengan baik (Zbiek et al., 2007). Dengan menambahkan perspektif dari penelitian-penelitian di Indonesia, kita dapat memperkaya pemahaman tentang miskonsepsi

dalam konteks lokal dan strategi yang efektif untuk mengatasinya. Hal ini penting karena setiap konteks pendidikan memiliki karakteristik unik yang perlu dipertimbangkan dalam merancang solusi yang efektif. Berikut dismapaikan referensi terbaru dari artikel-artikel di Indonesia.

1. Salah satu penelitian terbaru yang dilakukan oleh Maulani dan Zanthly (2020) di Cimahi, Jawa Barat, mengungkapkan bahwa miskonsepsi siswa dalam materi operasi bilangan bulat masih tinggi. Penelitian ini menemukan bahwa siswa sering mengalami kesulitan dalam memahami operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat negatif. Misalnya, siswa menganggap bahwa $-5 + 3 = -8$, karena mereka memandang operasi tersebut sebagai pengurangan. Maulani dan Zanthly menyarankan penggunaan model pembelajaran kontekstual dan media pembelajaran konkret untuk mengatasi miskonsepsi ini.
2. Miskonsepsi dalam geometri juga menjadi perhatian dalam penelitian di Indonesia. Suryanti dan Januariyansah (2021) melakukan studi di sebuah SMP di Surakarta dan menemukan bahwa siswa sering mengalami miskonsepsi dalam memahami sifat-sifat segitiga. Misalnya, beberapa siswa menganggap bahwa semua segitiga sama kaki memiliki sudut yang sama. Suryanti dan Januariyansah merekomendasikan penggunaan software geometri dinamis seperti

GeoGebra untuk membantu memvisualisasikan dan mengeksplorasi sifat-sifat segitiga.

3. Dalam konteks aljabar, Sukirwan, Darhim, dan Herman (2018) melakukan penelitian di sebuah SMA di Bandung dan menemukan bahwa siswa sering mengalami miskonsepsi dalam memahami variabel dan persamaan. Misalnya, beberapa siswa menganggap bahwa dalam persamaan $3x + 5 = 11$, x harus selalu bernilai 3. Sukirwan dkk. menyarankan penggunaan pendekatan pembelajaran berbasis masalah dan penggunaan konteks kehidupan nyata untuk membantu siswa memahami konsep variabel.
4. Upaya mengatasi miskonsepsi juga melibatkan peran guru dan orangtua. Penelitian oleh Yusrina dan Masriyah (2019) di Surabaya menekankan pentingnya pengembangan profesional guru mengidentifikasi dan mengatasi miskonsepsi siswa. Mereka merekomendasikan pelatihan guru berfokus pada pedagogical content knowledge (PCK) untuk membantu guru merancang pembelajaran yang efektif.
5. Dalam peran orangtua, Rahayu dan Hidayati (2018) melakukan studi di Yogyakarta dan menemukan bahwa keterlibatan orangtua dalam pembelajaran matematika anak di rumah dapat mengurangi miskonsepsi. Mereka menyarankan program pendidikan orangtua yang membantu orangtua memahami konsep matematika dasar dan strategi belajar yang efektif.

F. Peran Guru, Orangtua, dan Siswa

Dalam upaya mengatasi miskonsepsi dalam pembelajaran matematika, terdapat peran penting yang harus dimainkan oleh berbagai pihak, termasuk guru, orangtua, dan siswa itu sendiri. Berikut adalah penjelasan lebih rinci mengenai peran masing-masing pihak:

1. Peran Guru Guru harus proaktif dalam mengidentifikasi dan mengatasi miskonsepsi melalui pembelajaran yang terstruktur dan berbasis konsep (Hiebert & Grouws, 2007). Guru perlu merancang kegiatan pembelajaran yang membantu siswa membangun pemahaman konseptual yang kuat, bukan hanya menghafal prosedur atau rumus. Selain itu, guru harus menggunakan asesmen diagnostik untuk mengidentifikasi miskonsepsi yang dimiliki siswa dan memberikan umpan balik serta intervensi yang sesuai.
2. Peran Orangtua Orangtua perlu mendukung proses belajar anak di rumah dengan menyediakan lingkungan belajar yang kondusif dan membantu menjelaskan konsep-konsep yang sulit (Brown & Burton, 1978). Lingkungan belajar yang kondusif meliputi ruang belajar yang tenang, tersedianya buku-buku referensi, dan dukungan emosional dari orangtua. Orangtua juga dapat berperan dalam membantu menjelaskan konsep-konsep yang sulit bagi anak, dengan cara berkomunikasi dengan guru atau mencari sumber-sumber informasi yang relevan.

3. Peran Siswa Siswa harus berperan aktif dalam proses belajar, mengajukan pertanyaan, dan mencari penjelasan tambahan jika ada konsep yang belum dipahami (Resnick & Ford, 1981). Siswa tidak boleh pasif dalam menerima informasi, tetapi harus terlibat secara aktif dalam proses belajar. Mereka harus berani mengajukan pertanyaan jika ada konsep yang belum dipahami, dan mencari penjelasan tambahan dari guru, teman, atau sumber-sumber lain.

Kolaborasi antara guru, orangtua, dan siswa sangat penting dalam upaya mengatasi miskonsepsi dalam pembelajaran matematika. Guru harus merancang pembelajaran yang efektif dan memberikan umpan balik yang memadai, orangtua harus mendukung proses belajar di rumah, dan siswa harus terlibat secara aktif dalam proses belajar. Dengan kerjasama yang baik antara ketiga pihak ini, miskonsepsi dapat diidentifikasi dan diatasi dengan lebih efektif, sehingga siswa dapat membangun pemahaman konseptual yang kuat dalam matematika.

Kesimpulan dan Rekomendasi

Miskonsepsi dalam matematika merupakan tantangan yang perlu diatasi untuk memastikan pemahaman yang mendalam dan komprehensif terhadap konsep-konsep matematika. Rekomendasi praktik terbaik meliputi pengajaran yang variatif dan interaktif, penggunaan teknologi dan alat bantu visual, serta pendekatan pedagogis yang

mengutamakan pemahaman konsep (Shulman, 1986). Dengan kolaborasi antara guru, orangtua, dan siswa, miskonsepsi dalam matematika dapat diminimalkan, sehingga proses pembelajaran menjadi lebih efektif dan bermakna.

Daftar Pustaka

- Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington, DC: National Academy Press.
- Brown, M., & Burton, R. R. (1978). Diagnostic Models for Procedural Bugs in Basic Mathematical Skills. *Cognitive Science*, 2(2), 155-192.
- Chinnappan, M., & Lawson, M. J. (2005). A framework for analysis of geometric proof construction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(1), 42-60.
- Clement, J. (1982). Students' preconceptions in introductory mechanics. *American Journal of Physics*, 50(1), 66-71.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.
- Cobb, P. (1986). Contexts, Goals, Beliefs and Learning Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(2), 2-9.

- Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 4, 107-122.*
- Driver, R., & Easley, J. (1978). Pupils and paradigms: A review of literature related to concept development in adolescent science students. *Studies in Science Education, 5(1), 61-84.*
- Drijvers, P. (2015). *Digital technology in mathematics education: Why it works (or doesn't).* In S. J. Cho (Ed.), *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education (pp. 135-151).* Cham, Switzerland: Springer.
- Duit, R., & Treagust, D. F. (2003). Conceptual change: A powerful framework for improving science teaching and learning. *International Journal of Science Education, 25(6), 671-688.*
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). *Learning and teaching with understanding.* In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 65-97).* New York: Macmillan.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). *The effects of classroom mathematics teaching on students' learning.* In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 371-404).* Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Jones, M. G., & Slater, T. F. (2003). *Misconceptions and conceptual change in science and*

mathematics. International Handbook of Research on Conceptual Change, 45-70.

Kaput, J. J. (1994). The representational roles of technology in connecting mathematics with authentic experience. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 379-397). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.

Mayer, R. E. (2001). *Multimedia Learning*. Cambridge University Press.

Maulani, D., & Zanthly, L. S. (2020). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal operasi bilangan bulat. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(2), 311-322.

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: Author.

Nesher, P. (1987). Towards an instructional theory: The role of students' misconceptions. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 33-40.

Rahayu, R., & Hidayati, N. (2018). Peran orang tua dalam mengatasi kesulitan belajar matematika pada siswa sekolah dasar. *Jurnal Riset Pendidikan Dasar*, 1(1), 37-45.

- Resnick, L. B., & Ford, W. W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Roschelle, J., Shechtman, N., Tatar, D., Hegedus, S., Hopkins, B., Empson, S., ... Gallagher, L. (2010). Integration of technology, curriculum, and professional development for advancing middle school mathematics: Three large-scale studies. *American Educational Research Journal*, 47(4), 833-878.
- Ryan, J., & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4-15: Learning from errors and misconceptions*. McGraw-Hill Education (UK).
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Smith, J. P., diSessa, A. A., & Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115-163.
- Sukirwan, S., Darhim, D., & Herman, T. (2018). Analysis of students' mathematical representation and connection on analytical geometry subject. *Infinity Journal*, 7(1), 45-56.
- Suryanti, N., & Januariyansah, D. (2021). Analisis miskonsepsi siswa SMP pada materi segitiga menggunakan Three-Tier Test. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(1), 753-763.

- Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive load theory*. New York: Springer.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Thompson, P. W. (1984). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. In G. Brooks & J. W. Loughran (Eds.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education* (pp. 248-261). Boston, MA: Birkhauser.
- Thompson, P. W. (1984). The Relationship of Teachers' Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to Instructional Practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15(2), 105-127.
- Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Pearson Education.
- Yusrina, S. L., & Masriyah, M. (2019). Profil pengetahuan pedagogik konten guru dalam pembelajaran matematika. *Mathedunesa*, 8(2), 290-296.

KEMAMPUAN MATEMATIS

Buku ini menyajikan kajian mendalam mengenai berbagai kemampuan matematis yang penting dalam pembelajaran dan aplikasi matematika. Setiap bab membahas secara terperinci satu kemampuan matematis yang berkontribusi pada pemahaman dan keterampilan matematika yang holistik.

Buku "KEMAMPUAN MATEMATIS" merupakan panduan komprehensif yang dirancang untuk meningkatkan berbagai keterampilan matematis yang penting bagi pelajar. Buku ini mencakup beragam kemampuan mulai dari berpikir kreatif, representasi, literasi, penalaran, dan berpikir kritis dalam matematika. Setiap babnya mengulas secara mendalam aspek-aspek seperti koneksi matematis yang memperlihatkan hubungan antara konsep-konsep yang berbeda, serta komunikasi matematis yang mengajarkan cara menyampaikan ide-ide matematika dengan jelas dan efektif. Selain itu, kemampuan pemecahan masalah dan pemahaman matematis dibahas untuk membantu siswa dalam menghadapi dan menyelesaikan tantangan matematis yang kompleks. Buku ini juga menyentuh kemampuan spasial yang penting dalam visualisasi geometris dan mengidentifikasi miskonsepsi umum dalam pembelajaran matematika. Semoga buku ini menjadi sumber bacaan bagi yang mempelajari kemampuan matematis.



ZENIUS
PUBLISHER

Jl. Gentong Desa Waruroyom Kecamatan Depok
Kabupaten Cirebon, Kodepos 45653
email: zenius955@gmail.com
web: zeniuspublisher.com

ISBN 978-623-5264-60-8



9 786235 264608